

Fö 1 - TMEI01 Elkraftteknik Trefassystemet

Per Öberg

13 januari 2013

1 Introduktion till Kursen

Outline

- 1 Introduktion till Kursen
- 2 Repetition växelströmlära

Outline

- 1 Introduktion till Kursen
- 2 Repetition växelströmslära
- 3 Huvudspänning och fasspänning

- 1 Introduktion till Kursen
- 2 Repetition växelströmlära
- 3 Huvudspänning och fasspänning
- 4 Y- och D-koppling

- 1 Introduktion till Kursen
- 2 Repetition växelströmslära
- 3 Huvudspänning och fasspänning
- 4 Y- och D-koppling
- 5 Y- och D-koppling

Outline

- 1 Introduktion till Kursen
- 2 Repetition växelströmslära
- 3 Huvudspänning och fasspänning
- 4 Y- och D-koppling
- 5 Y- och D-koppling
- 6 Symmetrisk och osymmetrisk belastning

Outline

- 1 Introduktion till Kursen
- 2 Repetition växelströmslära
- 3 Huvudspänning och fasspänning
- 4 Y- och D-koppling
- 5 Y- och D-koppling
- 6 Symmetrisk och osymmetrisk belastning
- 7 Beräkningsexempel

- Kursledning
 - Per Öberg, examinator och lektionsassistent
 - Sivert Lundgren, lektionsassistent
- Kurshemsida

<http://www.fs.isy.liu.se/Edu/Courses/TMEI01>

 - Kursplanering, föreläsningar och lektioner
 - Uppgiftslösningar
 - Gamla tentor
 - Labbar för nedladdning
 - Fortlöpande information
- Kursmaterial
 - **Bok:** Elkraftteknik av Franzén och Lundgren
 - **Labbar:** PM laddas ner från hemsidan och skrivs ut (helst i A4 format)

- Laborationer
 - 3 St laborationer, (Lab 5,6 och 7)
 - Laborationerna hålls i ELLA/ELLE i A-Huset (Korridor C mellan ing. 13 och 15.)
 - Teckningslistor medtages på Fö2, sedan i A-Huset på Elektrotekniks anslagstavla, (Korridor C mellan ing. 15-17)
 - Elsäkerhet under labbarna.
- Svårigheter i kursen
 - Beteckningar !!!
 - Knöliga uttryck
 - Tumregler, olika approach beroende på situation
 - Tillämpar ellära, mekanik, matematik, (elektromagnetism)
 - ... men övning ger färdighet. Vore det inte svårt så satt vi inte här.

Tidsbaserat: Sinusformad spänning, olika skrivsätt

$$u(t) = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Effektivvärde: Det **kvadratiska medelvärdet** av en elektrisk storhet kallas effektivvärde

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) \cdot dt} = \dots = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$$

Jämför med effekt för likström i resistans $P = U \cdot I = \frac{U^2}{R}$. Vi medelvärdesbildar alltså något som är proportionellt mot effekt och alltså enkelt kan användas i effektberäkningar.

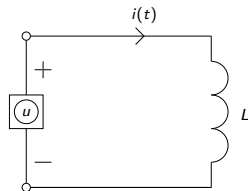
Notationsregler lik- och växelspänningsstorheter

För växelspänning används både U_0 och \hat{u} för att notera toppvärde. U däremot betyder effektivvärde av sinusformad storhet eller likströmstorhet.

Sinusformad ström och spänning:

$$u(t) = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$i(t) = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t - \underbrace{\varphi}_{\text{Fasvinkel}})$$



Samband mellan storheterna:

$$u(t) = \text{Faradays lag} = \frac{di(t)}{dt} \cdot L$$

$$U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) = I_0 L \cdot \frac{d \sin(\omega \cdot t - \varphi)}{dt} = \omega L I_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi)$$

Slutsats: (Att använda vid definition av $j\omega$ -metoden)

- 1 $U_0 = \omega L I_0$, jämför ohms lag $U = R \cdot I$
- 2 $\sin(\omega \cdot t) = \cos(\omega \cdot t - \varphi) \Rightarrow \varphi = +\frac{\pi}{2}$ eller 90°

Strömmen kommer alltså 90° efter spänningen eftersom vi drar bort $\varphi = \frac{\pi}{2}$

Faradays lag

$$e = N \frac{d \overbrace{\phi(t)}^{\text{Magn. flöde}}}{dt} = \frac{d \overbrace{\lambda(t)}^{\text{Länkat flöde}}}{dt} = \underbrace{L}_{\text{För linjära material}} \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Ersättningsregler:

$$u(t) = U_0 \sin(\omega \cdot t) \quad \rightarrow \quad \widehat{\bar{U}}^{\text{Vektor}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \cdot e^{j \cdot 0} = U \cdot e^{j \cdot 0}$$

$$i(t) = I_0 \sin(\omega \cdot t - \varphi) \quad \rightarrow \quad \bar{I} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j \cdot \varphi} = I \cdot e^{-j \cdot \varphi}$$

Kom ihåg från komplex-matte:

- $j^2 = -1 \Rightarrow \frac{1}{j} = -j$
- $e^{j\varphi} = \cos(\varphi) + j \cdot \sin(\varphi)$
- $\bar{Z} = a + j \cdot b = \sqrt{a^2 + b^2} e^{j \cdot \varphi} = |\bar{Z}| e^{j \cdot \varphi}$
- $\varphi = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$ för positiva a (Annars $\pm 180^\circ$)
- U är effektivvärde
- \bar{U} eller ibland \mathbf{U} är en komplex vektor med längd U

Repetition växelströmslära: Definition $j\omega$ -metoden

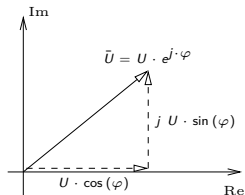
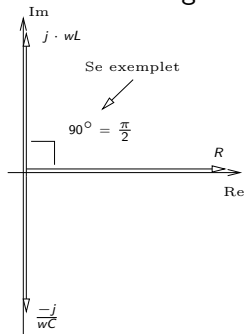
Ohms lag: $\bar{U} = \bar{Z} \cdot \bar{I}$ med $\bar{Z} = R + j \cdot X$

Resistans: $R \Rightarrow \bar{Z} = R$

Induktans: $L \Rightarrow \bar{Z} = j\omega L$

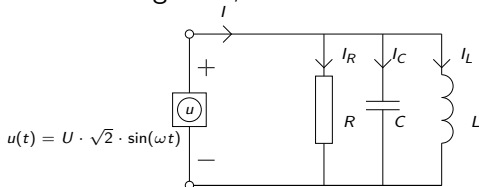
Kapacitans: $C \Rightarrow \bar{Z} = \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{\omega C}$

Illustration visardiagram



Repetition växelströmslära: Exempel

Ex: Beräkna dels grafiskt, dels exakt \bar{I} med \bar{U} som referens:

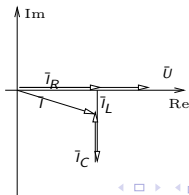
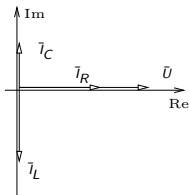


Exakt:

$$\bar{U} = U \cdot e^{j0}$$

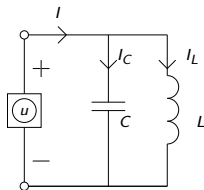
$$\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_C + \bar{I}_L = \frac{\bar{U}}{R} + \frac{\bar{U}}{1/j\omega C} + \frac{\bar{U}}{j\omega L} = U \left(\frac{1}{R} + j\omega C - \frac{j}{\omega L} \right)$$

Grafiskt:



Repetition växelströmslära: Exempel - försmak av komplex effekt

Exempel på fall där $j\omega L$ och $\frac{1}{j\omega C}$ tar ut varandra.:



Antag att $\bar{I}_C = -\bar{I}_L$, dvs $\omega L = \frac{1}{\omega C}$. Då blir $\bar{I} = 0$ och $\bar{Z}_{\text{Tot}} = \frac{1}{j\omega C - \frac{j}{\omega L}} = \infty$. Samtidigt går en ström \bar{I}_C och \bar{I}_L mellan kapacitansen och induktansen fram och tillbaka, fram och tillbaka, tills kretsen bryts.

Komplex effekt

Vi säger att den komplexa effekten

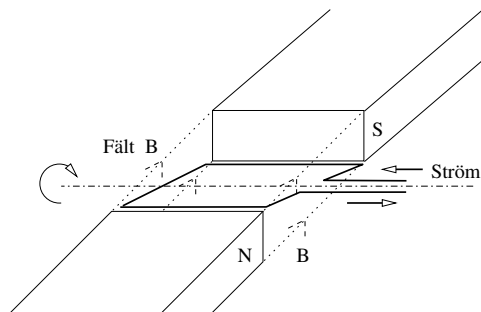
$Q_C = \frac{1}{\omega C} \cdot I_C^2 = -\omega L \cdot I_L^2 = -Q_L$ skapas i kapacitansen och förbrukas i induktansen.

3-fas växelström:

3st växelspänningar med samma amplitud förskjutna 120° sinsemellan.

Fördelar:

- Spänningar och strömmar summerar till 0 vid symmetrisk belastning \Rightarrow behöver ingen återledare.
- En trefas-generator som lastas symmetriskt, dvs med lika stora laster på alla faser, ger ett statiskt (dvs icke-pulserande) lastmoment.



En slinga som roterar i ett magnetfält alstrar spänningen $e(t) = \hat{e} \sin(\omega t) \text{ V}$.

Tre slingor 120° förskjutna alstrar symmetrisk 3-fas växelspänning.

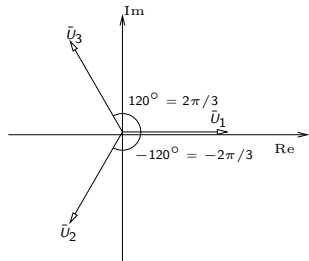
Huvudspänning och fasspänning

Fas-spänningar i ett 3-fas system. Lika amplitud ger **symmetrisk** 3-fas

$$u_1 = \hat{u}_1 \sin(\omega t)$$

$$u_2 = \hat{u}_2 \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$u_3 = \hat{u}_3 \sin(\omega t - 240^\circ)$$



Komplex notation

$$\bar{U}_1 = U_1 \cdot e^{j0}$$

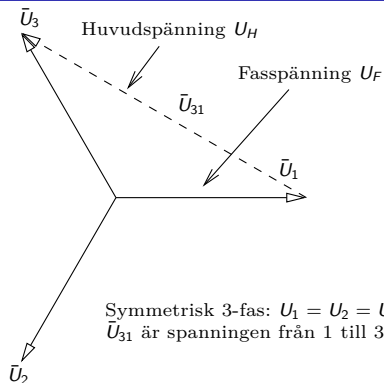
$$\bar{U}_2 = U_2 \cdot e^{-j120^\circ}$$

$$\bar{U}_3 = U_3 \cdot e^{-j240^\circ}$$

Tips: (När det är jobbigt att slå på räknaren)

- $e^{j120^\circ} = \cos(120^\circ) + j \cdot \sin(120^\circ) = -\frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$
- 3-4-5 triangel: Om $\cos(\varphi) = 0.8$ så är $\sin(\varphi) = 0.6$ och tvärs om. ($\varphi = 36.9^\circ$)

Huvudspänning och fasspänning



Huvud och fasspänning

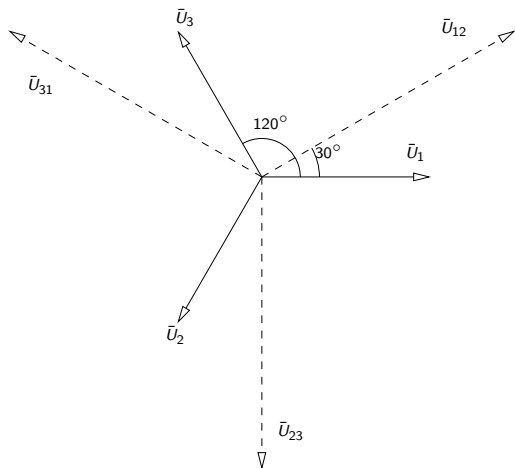
$$U_H = \sqrt{3}U_F$$

$$\begin{aligned}\bar{U}_{31} &= \bar{U}_3 - \bar{U}_1 = U \left(e^{j120^\circ} - 1 \right) = U \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \right) = U \left(-\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \\ &= U\sqrt{3} \underbrace{\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right)}_{\text{Längden 1}} = U\sqrt{3} \cdot e^{-j210^\circ}\end{aligned}$$

$$\bar{U}_{12} = \bar{U}_1 - \bar{U}_2 = U\sqrt{3}e^{j30^\circ}$$

$$\bar{U}_{23} = \bar{U}_2 - \bar{U}_3 = U\sqrt{3}e^{-j90^\circ}$$

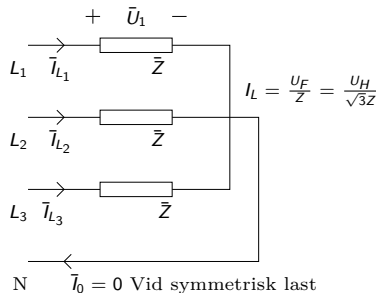
Huvudspänning och fasspänning



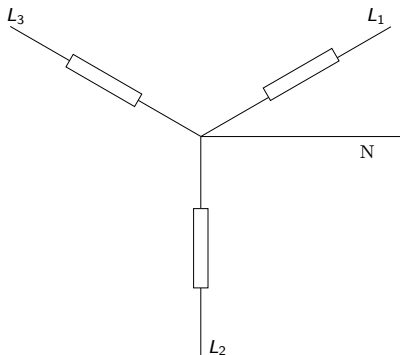
Beteckningar:

- 3-fas med nolledare betecknas U_H / U_F
Ex: 400/230
- Saknas nolledare kallas det $3 \times U_H$
Ex: 3×400
- Fasledarna kallas L_1, L_2, L_3 alt. R, S, T
- Nolledare betecknas N

Y-koppling: (Även stjärnkoppling)

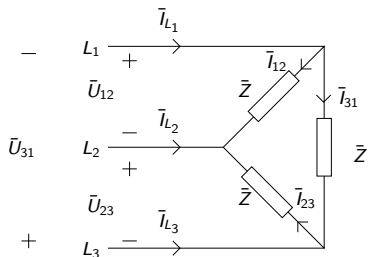


Alt. representation



Vid Y-koppling ligger spänningen U_F över respektive last.
Strömmen genom lasten betecknas **linjeström**.

D-koppling: (Även triangel/delta)



Notera

Spänningen över, och därmed strömmen genom, respektive last för en D-koppling är $\sqrt{3}$ ggr större än vid Y-koppling med samma komponenter. Därför utvecklas 3 ggr mer effekt (se t.ex. $P = RI^2 = \frac{U^2}{R}$)

Vid D-koppling ligger spänningen $U_H = \sqrt{3}U_F$ över respektive last. Strömmen genom lasten betecknas **fasström**.

- $I_{12} = I_{31} = I_{23} = I_F = I_{\Delta} \leftarrow$ Fasström
- $I_L =$ Linjeström
- $I_L = \sqrt{3}I_F = \sqrt{3}I_{\Delta} \leftarrow$ Räknas ut direkt eller från effektsamband

Y- och D-koppling: Härledning ekvivalens

Betrakta kretsschemat för Y- och D-kopplingarna

För Y-kopplingen har vi med U_1 som referens

$$\bar{I}_{L1,Y} = \frac{\bar{U}_1}{\bar{Z}} = \frac{U_F}{\bar{Z}}, \quad \bar{I}_{L2,Y} = \dots, \quad \bar{I}_{L3,Y} = \dots$$

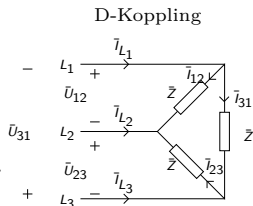
Med \bar{U}_1 som referens får vi för D-kopplingen

$$\bar{I}_{12} = \frac{\bar{U}_{12}}{\bar{Z}} = \frac{\bar{U}_1 - \bar{U}_2}{\bar{Z}} = \sqrt{3}U_F \cdot e^{j30^\circ} \frac{1}{\bar{Z}}$$

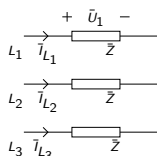
$$\bar{I}_{31} = \frac{\bar{U}_{31}}{\bar{Z}} = \frac{\bar{U}_3 - \bar{U}_1}{\bar{Z}} = \sqrt{3}U_F \cdot e^{-j210^\circ} \frac{1}{\bar{Z}}$$

$$\bar{I}_{L1,\Delta} = \bar{I}_{12} - \bar{I}_{31} = \sqrt{3}U_F \cdot \underbrace{\left(e^{j30^\circ} - e^{-j210^\circ} \right)}_{\sqrt{3}} \frac{1}{\bar{Z}} = \frac{3U_F}{\bar{Z}}$$

Slutsats: $I_{L_i,\Delta} = 3 \cdot I_{L_i,Y}$, dvs en D-kopplad last drar 3 ggr mer ström och effekt än en Y-kopplad. Strömmarna har samma fas.

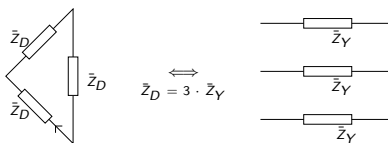


Y-Koppling



Y- och D-koppling: Ekvivalens

Eftersom enda skillnaden mellan en Y-kopplad och D-kopplad last är att linjeströmmar vid D-koppling blir 3 ggr större än för Y-koppling så kan vi dra följande slutsats.

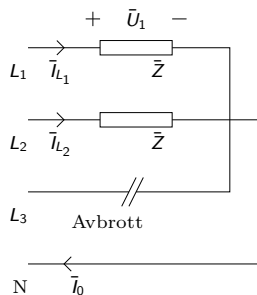


Ekvivalens mellan Y- och D-kopplingar

Vi kan alltid ersätta en Y-kopplad last med en D-kopplad ekvivalent last enligt formeln

$$\bar{Z}_D = 3 \cdot \bar{Z}_Y$$

Symmetrisk och osymmetrisk belastning



Vi osymmetrisk belastning blir
nollströmmen $I_N \neq 0$

Beräkningsexempel 1.22 a-c

Givet:

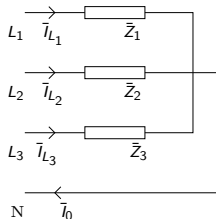
- $380/220 \rightarrow$ Trefas med nollledare
- $f = 50$ Hz
- $\bar{Z}_1 = 44$
- $\bar{Z}_2 = /$ Tolka texten $/ = \frac{\omega L}{\sin(\varphi)} (\cos(\varphi) + j \sin(\varphi)) =$
 $\underbrace{2\pi \cdot 50 \cdot 0.0955}_{=30} \cdot (0.8 + j \cdot 0.6) = 50 (0.8 + j \cdot 0.6)$
- $\bar{Z}_3 = 30 - j \frac{1}{\omega C} \approx 30 - j \cdot 40 = 50 (0.6 - j \cdot 0.8)$

a) Beräkna linjeströmmarna

$$\bar{I}_{L,1} = \frac{\bar{U}_1}{\bar{Z}_1} = \frac{220 \cdot e^{j0}}{44} = 5 \text{ A}$$

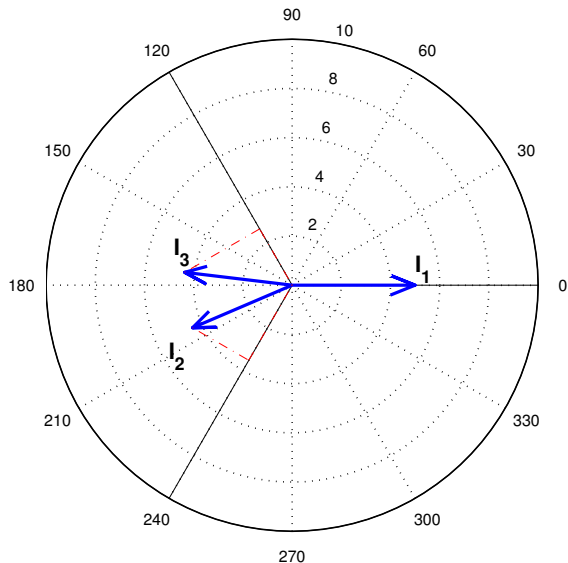
$$\bar{I}_{L,2} = \frac{\bar{U}_2}{\bar{Z}_2} = \frac{220 \cdot e^{-j120^\circ}}{50 \cdot e^{j \cdot \arg(\bar{Z}_2)}} = 4.4 \cdot e^{-j120^\circ - j \cdot 36.9^\circ} \text{ A}$$

$$\bar{I}_{L,3} = \frac{\bar{U}_3}{\bar{Z}_3} = \frac{220 \cdot e^{-j240^\circ}}{50 \cdot e^{j \cdot \arg(\bar{Z}_3)}} = 4.4 \cdot e^{-j240^\circ + j \cdot 53.1^\circ} \text{ A}$$



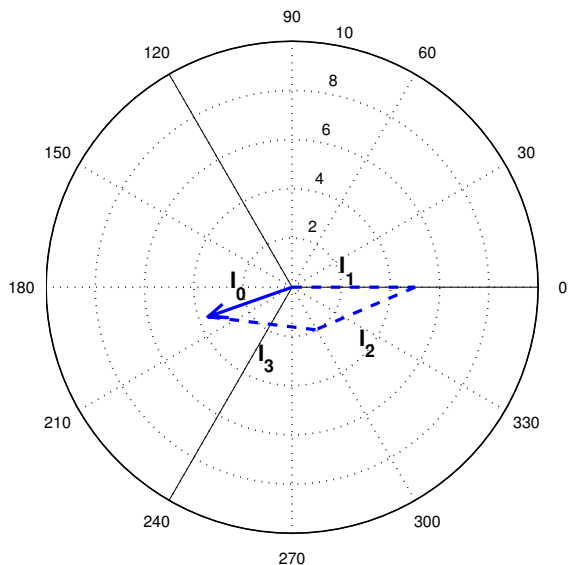
Beräkningsexempel 1.22 a-c

b) Rita linjeströmmarna i ett visardiagram



Beräkningsexempel 1.22 a-c

b) forts.. Beräkna nollströmmen grafiskt



c) Beräkna nollströmmen analytisk

$$\begin{aligned}\bar{I}_0 &= \bar{I}_{L1} + \bar{I}_{L2} + \bar{I}_{L3} = I_{L1} \cdot e^{j0} + I_{L2} \cdot e^{-j156.9^\circ} + I_{L3} \cdot e^{-j186.9^\circ} = \\ &= 5 + 4.4 \cdot (\cos(-156.9^\circ) + j \cdot \sin(-156.9^\circ)) + \\ &\quad + 4.4 \cdot (\cos(-186.9^\circ) + j \cdot \sin(-186.9^\circ)) = \\ &= 5 - 4.05 - j \cdot 1.73 - 4.37 + j \cdot 0.53 = -3.4147 - j1.20 \implies\end{aligned}$$

$$I_0 = |\bar{I}_0| = \sqrt{Re^2 + Im^2} \approx 3.6 \text{ A}$$

$$arg(\bar{I}_0) = 180^\circ + \arctan\left(\frac{-1.20}{3.4147}\right) = 199.36^\circ$$

Jämför med den grafiska lösningen!

Fö 2 - TMEI01 Elkraftteknik

Trefas effektberäkningar

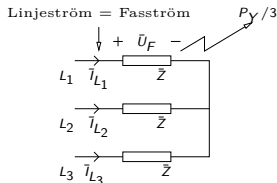
Per Öberg

29 januari 2013

- 1 Trefaseffekt
- 2 Aktiv, reaktiv och skenbar effekt samt effektfaktor
- 3 Beräkningsexempel 1.7
- 4 Beräkningsexempel 1.22d
- 5 Faskompensering
- 6 Beräkningsexempel 5.8
- 7 Mätning av effekt

Trefaseffekt: Y-koppling

Betrakta en symmetrisk Y-koppling (lika stora laster i varje gren)

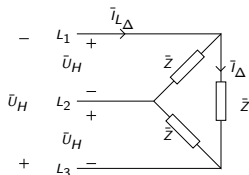


- En tredjedel av effekten utvecklas i varje resistans/kretselement
- Spänningen över lasterna är fas-spänningen U_F
- Strömmen genom lasterna är linjeströmmen $I_{L,Y}$

$$P_{Y,3fas} = 3 \cdot U_F \cdot I_{L,Y} \cos(\varphi) = \sqrt{3} \cdot U_H \cdot I_L \cdot \cos(\varphi)$$

Trefaseffekt: D-koppling

Betrakta en symmetrisk D-koppling (lika stora laster i varje gren)



- P.s.s. som för Y-koppling utvecklas en tredjedel av effekten i varje gren
- Spänningen över lasterna är huvud-spänning U_H
- Strömmen genom lasterna är fasströmmen I_Δ

$$P_{\Delta,3fas} = 3 \cdot U_H \cdot I_\Delta \cdot \cos(\varphi) = 3 \cdot U_H \cdot \frac{I_L}{\sqrt{3}} \cdot \cos(\varphi) = \sqrt{3} \cdot U_H \cdot I_L \cdot \cos(\varphi)$$

Slutsats: Trefaseffekten för både Y- och D-kopplingar skrivs

$$P_{3fas} = \sqrt{3} \cdot U_H \cdot I_L \cdot \cos(\varphi)$$

Aktiv, reaktiv och skenbar effekt samt effektfaktor

Effektbegrepp - (vad är egentligen komplex effekt?)

- Momentan effekt skrivs: $p(t) = u(t) \cdot i(t) = \hat{u} \sin(\omega t) \cdot \hat{i} \sin(\omega t - \varphi)$
- P = Aktiv effekt, dvs medelvärdet av den momentant utvecklade effekten
- Vi har att $P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi)$.
Härledning: $P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{\hat{u} \cdot \hat{i}}{T} \int_0^T \sin(\omega t) \cdot [\sin(\omega t) \cos(\varphi) - \cos(\omega t) \sin(\varphi)] dt =$
 $\left/ \int_0^T \sin(\omega t) \cdot \cos(\omega t) = 0 \right/ = \frac{\hat{u} \cdot \hat{i}}{T} \cdot \cos(\varphi) \int_0^T \sin^2(\omega t) dt = \frac{\hat{u} \cdot \hat{i}}{T} \cdot \cos(\varphi) \int_0^T \frac{1 - \cos(2\omega t)}{2} dt =$
 $\frac{\hat{u} \cdot \hat{i}}{T} \cdot \frac{T}{2} \cdot \cos(\varphi) = \frac{\hat{u} \cdot \hat{i}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \cos(\varphi) = U \cdot I \cdot \cos(\varphi)$
- Q = Reaktiv effekt, en hjälpstorhet som håller reda på effekt som flödar **fram och tillbaka**
- $S = P + j \cdot Q$ - Komplex effekt

Komplex effekt

P är medelvärde, Q - mängden som flödar fram och tillbaka, S - den skenbara effekten

Aktiv, reaktiv och skenbar effekt samt effektfaktor

Betrakta en krets bestående av en spänningskälla, $\bar{U} = 1 \text{ V}$, och en komplex last $\bar{Z} = 0.8 + j \cdot 0.6$, dvs $\bar{I} = 1 \text{ A}$, $\varphi \approx -37^\circ$. Den momentana effekten är

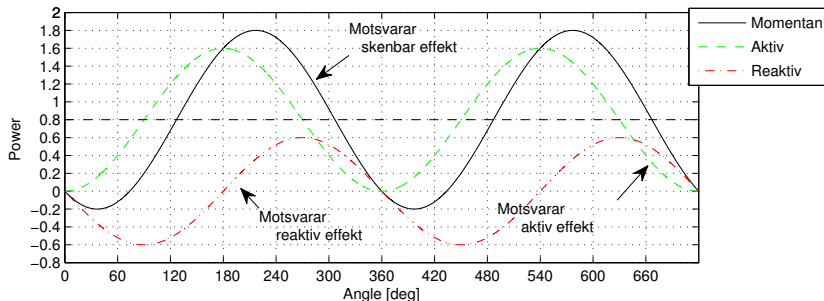
$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = \hat{u} \sin(\omega t) \cdot \hat{i} \sin(\omega t - \varphi) = 2 \cdot \sin(\omega t) \sin(\omega t - 37^\circ)$$

$$= \text{/Se t.ex. härledning ovan/} = p_A(t) + p_R(t)$$

$$p_A(t) = \cos(\varphi) \cdot (1 - \cos(2\omega t))$$

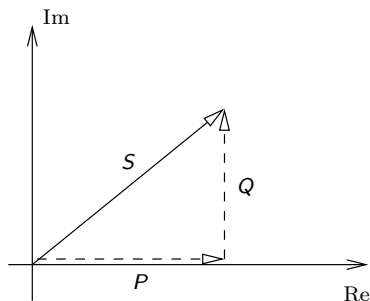
$$p_R(t) = -\sin(\varphi) \cdot \sin(2\omega t)$$

Notera: \cos och \sin är fasförskjutna $90^\circ \implies$ vi representerar P och Q som visare med 90° vinkelskillnad.



Trefaseffekt: Sammanfattning

Total aktiv effekt:	$P_{3fas} = \sqrt{3} \cdot U_H \cdot I_L \cdot \cos(\varphi)$	W
reaktiv effekt:	$Q_{3fas} = \sqrt{3} \cdot U_H \cdot I_L \cdot \sin(\varphi)$	VAr
skenbar effekt:	$S_{3fas} = \sqrt{3} \cdot U_H \cdot I_L$	VA



Alternativ: Antag att $\bar{Z} = R + j \cdot X$

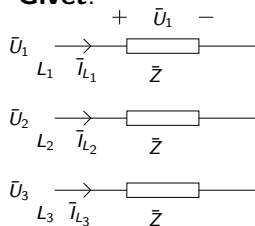
$$P_{3fas} = 3 \cdot R \cdot I^2$$

$$Q_{3fas} = 3 \cdot X \cdot I^2$$

$$S_{3fas} = 3 \cdot |\bar{Z}| \cdot I^2$$

Beräkningsexempel 1.7

Givet:



$$\bar{Z} = 6 + j \cdot 8 \Omega \Rightarrow Z = 10, \text{ dvs } 345\text{-triangel}$$

$$U_H = 220 \text{ V} \Rightarrow U_F = 127 \text{ V}$$

Symmetrisk last

Sökt: a) I_L , b) P_{3fas} , Q_{3fas} , S_{3fas} , c) $\cos(\varphi)$

Lösning:

$$\text{a) } I_L = \frac{U_F}{|\bar{Z}|} = \frac{U_H/\sqrt{3}}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{220/\sqrt{3}}{10} = 12.7 \text{ A}$$

$$\text{b) } P_{3fas} = 3 \cdot R \cdot I_L^2 \Rightarrow P_{3fas} = 3 \cdot 6 \cdot 12.7^2 = 2903 \text{ W}$$

$$Q_{3fas} = 3 \cdot X \cdot I_L^2 \Rightarrow Q_{3fas} = 3 \cdot 8 \cdot 12.7^2 = 3871 \text{ VAR}$$

$$S_{3fas} = \sqrt{P_{3fas}^2 + Q_{3fas}^2} = 4839 \text{ VA} \quad (\text{alt. } S_{3fas} = 3 \cdot Z \cdot I^2)$$

$$\text{c) } \cos(\varphi) = \frac{P_{3fas}}{S_{3fas}} = \frac{2903}{4839}$$

Beräkningsexempel 1.7

Alternativ lösning:

a) Lös på samma sätt

c) och b)

$$P_{3fas} = S_{3fas} \cdot \cos(\varphi), \text{ med}$$

$$S_{3fas} = 3 \cdot U_F \cdot I_L = \left/ U_F = \frac{U_H}{\sqrt{3}} \right/ = \sqrt{3} \cdot U_H \cdot I_L$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{X}{R}\right) = 53.1^\circ \Rightarrow \cos(\varphi) = 0.6$$

$$P_{3fas} = \sqrt{3} \cdot U_H \cdot I_L \cdot \cos(\varphi) = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 12.7 \cdot 0.6 = 2903 \text{ W}$$

Beräkningsexempel 1.22d

d) Beräkna totala aktiva och reaktiva effekten från nätet (Observera att I och $|\bar{I}|$ betecknar samma sak)

$$\begin{aligned}P_{Tot} &= R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 = \\&= 44 \cdot 5^2 + 40 \cdot 4.4^2 + 30 \cdot 4.4^2 = \\&= 1100 + 774.7 + 580.8 = 2.5 \text{ kW}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Q_{Tot} &= \omega L |\bar{I}_2|^2 - \frac{1}{\omega C} |\bar{I}_3|^2 = 30 \cdot 4.4^2 - 40 \cdot 4.4^2 = \\&= 580.8 - 774.4 = -194 \text{ VAR}\end{aligned}$$

- Strömvärmeförluster dimensionerar den maximala överföringskapaciteten hos t.ex. en ledare eller transformator.
- Dessa beror på strömmens storlek.
- För ett visst effektbehov hos slutkunden (Aktiv effekt) är det därför önskvärt att minimera den reaktiva effekten så att strömmens storlek minimeras. (Vi har ju $P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi)$)
- Enligt tidigare svenska normer gällde att $Q \leq 0.75P$.

Man brukar säga att induktanser förbrukar reaktiv effekt medan kapacitanser genererar kapacitiv effekt. Följaktligen har vi

- Kapacitans: $Q < 0$, (Vi har ju $\bar{Z} = \frac{-j}{\omega C}$ för en kapacitans)
- Induktans: $Q > 0$

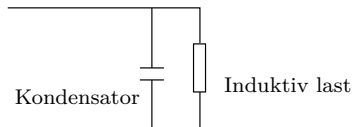
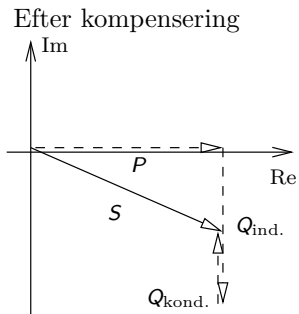
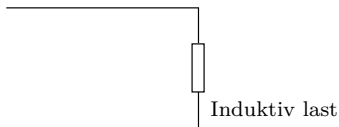
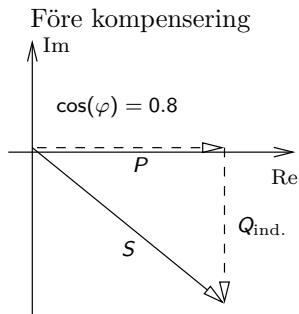
(Om tecknen känns konstiga: Notera att $P > 0$ oftast betyder att effekt förbrukas i en last)

Faskompensering

För att minska den reaktiva effekten hos en förbrukare kan effekten genereras på plats. Detta kallas faskompensering.

- När man vill påverka $\cos(\varphi)$ används parallellkopplade kondensatorer, eller **shunt**-kondensatorer.
- När man vill förbättra spänningsfallet hos en ledare används **serie**-kondensatorer.

Faskompensering: Exempel på parallellkopplad kondensator



Parallellkopplad kondensator

Vid parallellkoppling påverkas inte den aktiva effektförbrukningen P eftersom spänningen över den induktiva lasten är densamma

Beräkningsexempel 5.8

Givet:

P_1 , P_2 , U_H , o.s.v. (se figur)

Sökt: Beräkna I_L och $\cos(\varphi_{\text{Tot}})$

Lösning: Vi har att

$$P_{\text{Tot},3\text{fas}} = P_1 + P_2 + P_3 =$$

$$= 80 + 14 + 0 = 94 \text{ kW}$$

$$Q_{\text{Tot},3\text{fas}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = \dots$$

$$Q_1 = P_1 \frac{\sin(\varphi_1)}{\cos(\varphi_1)} = 80 \frac{1 - 0.72^2}{0.72} = 77.1 \text{ kVAr}$$

$$Q_2 = P_2 \frac{\sin(\varphi_2)}{\cos(\varphi_2)} = 14 \frac{0.8}{0.6} = 18.55 \text{ kVAr}$$

$$Q_3 = -3 \cdot U_H^2 \cdot \omega C = 3 \cdot 380^2 \cdot 100\pi \cdot 480 \cdot 10^{-6} = -65.3 \text{ kVAr}$$

$$\dots = 77.1 + 18.66 - 65.3 \text{ kVAr} = 30.5 \text{ kVAr}$$

$$S_{\text{Tot},3\text{fas}} = \sqrt{P_{\text{Tot},3\text{fas}}^2 + Q_{\text{Tot},3\text{fas}}^2} = 98.8 \text{ kVAr}$$

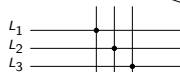
Vi får därför $S = 3 \cdot U_F \cdot I_L \Rightarrow I_L = \frac{S_{\text{Tot},3\text{fas}}}{\sqrt{3} \cdot U_H} = 150 \text{ A}$ och

$$\cos(\varphi_{\text{Tot}}) = \frac{P_{\text{Tot},3\text{fas}}}{S_{\text{Tot},3\text{fas}}} = \frac{94}{98.8} = 0.951 \text{ ind.}$$

$$U_H = 380 \text{ V}$$
$$f = 50 \text{ Hz}$$

Förenklat ritsätt

\vec{I}_L



Faktiskt koppling

$$P_1 = 80 \text{ kW}$$
$$\cos(\varphi) = 0.72 \text{ ind.}$$

$$P_2 = 14 \text{ kW}$$
$$\cos(\varphi) = 0.6 \text{ ind.}$$

$$P_3 = 0$$
$$C = 480 \mu\text{F}$$
$$\text{D-koppl.}$$

Mätning av effekt: Tvåwattmetermetoden

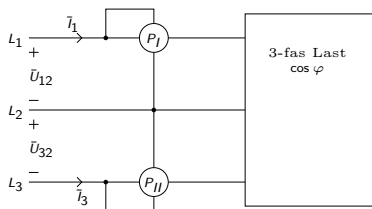
- Trick för att slippa 3 wattmetrar
 - 3 wattmetrar, en för varje fas, fungerar alltid!
 - 1 wattmeter räcker om lasten är symmetrisk.
(Vi kan ju multiplicera med 3)
- Metoden fungerar även i osymmetriskt belastade system vid allmän kurvform (dvs även vid icke-sinus).
- Kräver att nolledare saknas i systemet.

Härledning: Kom ihåg definitionen av momentan effekt

$p(t) = u(t) \cdot i(t)$. För tre faser har vi

$$\begin{aligned} p_{3\text{fas}}(t) &= u_1 \cdot i_1 + u_2 \cdot i_2 + u_3 \cdot i_3 = \text{/Vilket kan skrivas som/} = \\ &= \underbrace{(u_1 - u_2)}_{u_{12}} \cdot i_1 + \underbrace{(u_3 - u_2)}_{u_{32}} \cdot i_3 + u_2 \cdot \underbrace{(i_1 + i_2 + i_3)}_{=0 \text{ om nolla saknas}} = \\ &= u_{12} \cdot i_1 + u_{32} \cdot i_3 \end{aligned}$$

Mätning av effekt: Tvåwattmetermetoden



- $P_I = U_{12} \cdot I_1 \cdot \cos(30^\circ + \varphi)$
 $P_{II} = U_{32} \cdot I_3 \cdot \cos(30^\circ - \varphi)$
- $P_I + P_{II} = U_H \cdot I_L \cdot (\cos(\varphi) \cos(30^\circ) - \sin(\varphi) \sin(30^\circ) + \cos(\varphi) \cos(30^\circ) + \sin(\varphi) \cos(30^\circ)) =$
 $= \sqrt{3} \cdot U_H \cdot I_L \cdot \cos(\varphi) = P_{3fas}$
- $P_{II} - P_I = \dots = U_H \cdot I_L \cdot \sin(\varphi) = \frac{Q_{3fas}}{\sqrt{3}}$
- $\tan(\varphi) = \frac{Q_{3fas}}{P_{3fas}} = \sqrt{3} \cdot \frac{P_{II} - P_I}{P_{II} + P_I}$
- **Överkurs:** Vid användning av tvåwattmeter-metoden kan ibland P_I eller P_{II} bli negativt. Alla wattmetrar kan inte hantera detta utan visar siffror utan tecken. Ibland måste därför tecknet på P_I eller P_{II} kastas om för att få rätt värden.

Fö 3 - TMEI01 Elkraftteknik

Enfastransformatorn

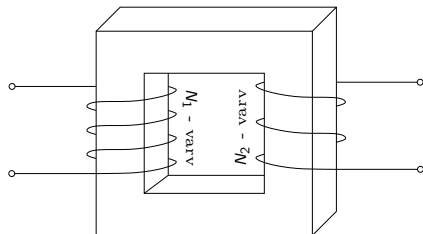
Per Öberg

20 januari 2013

- 1 Transformatorns grunder
- 2 Omsättning
- 3 Ideal transformator, krettschema och övertransformering
- 4 Icke ideal transformator
- 5 Full- och spartransformatorn (Vridtransformatorn)

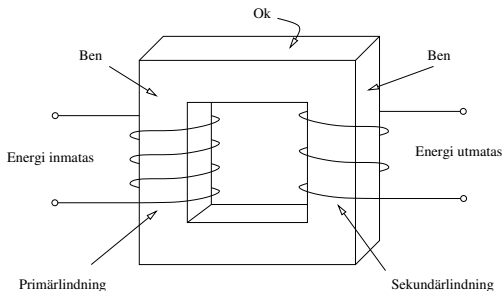
Transformatorns grunder

- En elektromagnetisk maskin utan rörliga delar.
- Arbetar enligt induktionsprincipen
- Användbar **endast för växelström**
- Huvuduppgiften är att **omvandla** (transformera) **spänningen** för en växelström
- Kan även användas för att **isolera** elektriska kretsar från varandra.



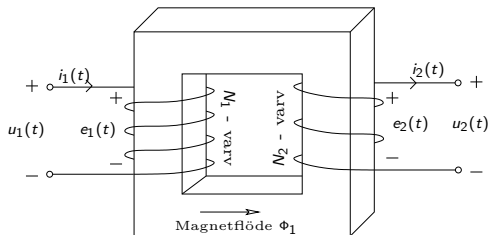
Primär- och sekundärlindning

- Primärlindningen **tar emot** energi från källan
- Sekundärlindningen **avger** energi till förbrukaren
- Upplindning är lindningen med **högre** spänning
- Nedlindningen är lindningen med **lägre** spänning



Transformatorns arbetsätt

- 1 Spänningen $u_1(t)$ läggs på transformatorns primärsida
- 2 Det pulserande flödet som uppstår alstrar den inducerade emk'n $e_1(t)$ och $e_2(t)$. Riktningen på spänningarna är sådana att de försöker motverka strömförändringar.
- 3 Den inducerade spänningen $e_2(t)$ driver en ström $i_2(t)$
- 4 Förluster i transformatorn ger ett spenningsfall och utspänningen från transformatorn är $u_2(t)$



Figur : Transformatorn och dess referensriktningar. En spänning $u_1(t)$ läggs på på primärsidan varpå en annan spänning $u_2(t)$ uppstår på sekundärsidan.

Omsättning vid tomgång

Storleken av de inducerade spänningarna är

$$e_n(t) = N_n \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad \text{Uttryckt i magnetflöde}$$

$$e_n(t) = L_n \frac{di(t)}{dt} \quad \text{Uttryckt i ström och induktans}$$

Utgående från ett givet magnetflödet $\Phi = \hat{\Phi} \sin(\omega t)$ får vi alltså emk'erna

$$e_1(t) = N_1 \frac{d\Phi(t)}{dt} = N_1 \frac{d}{dt} \hat{\Phi} \sin(\omega t) = \omega N_1 \hat{\Phi} \cos(\omega t)$$

$$e_2(t) = N_2 \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

Med komplex notation för spänningarna och flödet så fås

$$\mathbf{E}_1 = \omega N_1 \hat{\Phi} \cdot j$$

$$\mathbf{E}_2 = \omega N_2 \hat{\Phi} \cdot j$$

Spänningarna E_1 och E_2 hänger alltså ihop enligt

Spänningslagen

$$\frac{E_1}{N_1} = \frac{E_2}{N_2} \Rightarrow \text{/ ideal transformator /} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

För en **ideal** transformator så är dessutom instoppad effekt lika med uttagen effekt, dvs $\mathbf{S}_1 = \mathbf{S}_2$. Alltså gäller att

$$E_1 \cdot I_1 = E_2 \cdot I_2$$

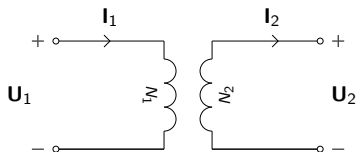
Vilket ger oss

Strömlagen

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

Krettschema för ideal transformator

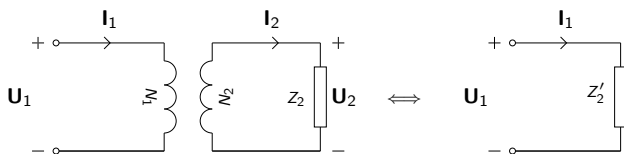
För en **ideal** transformator så är spänningarna $e_n(t) = u_n(t)$ lika.
Symbolen för en ideal transformator brukar ritas enligt



Figur : Symbol och referensriktningar för en ideal transformator.

Övertransformering av impedans

Alla laster på sekundärsidan av en ideal transformator kan övertransformeras till en ekvivalent last på primärsidan.



I fallet ovan så blir I_1 lika stor för ett visst U_1 under förutsättning att

$$Z'_2 = Z_2 \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2$$

Icke ideal transformator: Förluster

I en verklig transformator så har vi förluster

- Magnetiseringsförluster, eller **Järnförluster**, dvs förluster som uppkommer p.g.a. ommagnetisering av järnet.
- Strömförluster, eller **Kopparförluster**, dvs $R \cdot I^2$ förluster i lindningarna.

Magnetflödet bestäms av spänningen så järnförluster är tomgångsförluster medan kopparförlusterna bestäms av strömmen och därmed belastningsgraden.

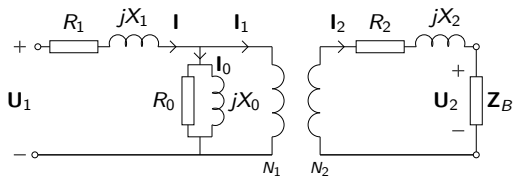
Kopparförluster

$$P_{Cu} = P_{FB} = \text{Belastningsförluster}$$

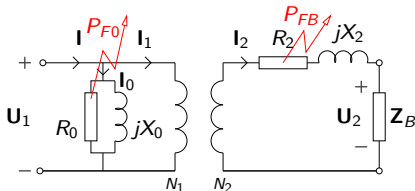
Järnförluster

$$P_{Fe} = P_{F0} = \text{Tomgångsförluster}$$

Icke ideal transformator: Modell och Krettschema



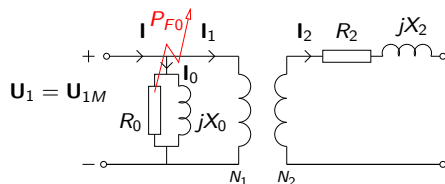
Figur : Modell av en icke ideal transformator som en ideal transformator med externa förluster. Tomgångsförlusterna uppstår i R_0 och belastningsförlusterna i R_1 resp. R_2 .



Figur : Förenklad modell av en icke ideal transformator. Här har strömförlusterna från primärsidan övertransformerats till sekundärsidan. Felet hos modellen blir litet eftersom I_0 är litet i förhållande till I_1

Tomgångsprov

P_{F0} kan mätas vid ett s.k. tomgångsprov. Detta görs genom att transformatorn drivs i tomgång vid märkspänning på primärsidan $U_1 = U_{1M}$ och den tillförda effekten P_{F0} och tomgångsströmmen $I = I_0$ mäts.

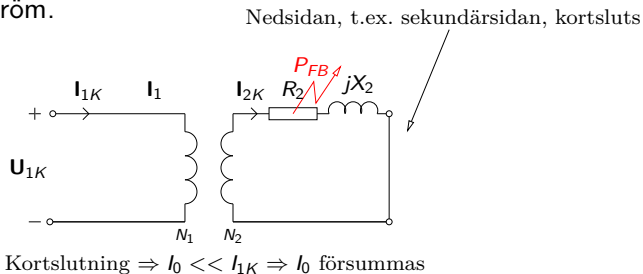


$$\text{Tomgång} \Rightarrow I_1 = I_2 = 0$$

Vi har då att $P_{F0} = U_0 I_0 \cos(\phi_0)$

Kortslutningsprov

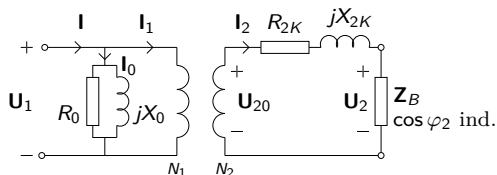
P_{FB} vid märkström, P_{FBM} , kan mätas vid ett s.k. kortslutningsprov. Provet går till så att nedsidan kortsluts medan uppsidan matas med märkström I_{1M} . Spänningen U_{1K} justeras alltså så att $I_{1K} = I_{1M}$. Försummas P_{F0} så är kortslutningsförlusterna samma som belastningsförlusterna vid märkström.



Vi har då att $P_{FKM} = P_{FBM} = R_2 I_{2K}^2 = R_2 I_{2M}^2$

Icke ideal transformator: Spänningsfall

Utspänningen från en transformator U_2 är lägre än den ideala utspänningen U_{20} och skillnaden kallas transformatorns spänningsfall.

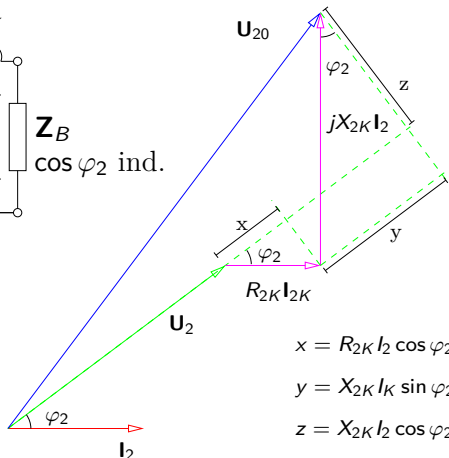
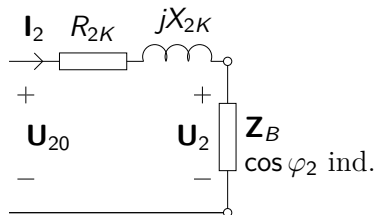


För en given induktiv last \mathbf{Z}_B med $\cos \varphi_2$ så kan vi skriva

$$U_{20} = \sqrt{(U_2 + R_{2K} I_2 \cos \varphi_2 + X_{2K} I_2 \sin \varphi_2)^2 + (X_{2K} I_2 \cos \varphi_2 - R_{2K} I_2 \sin \varphi_2)^2}$$

eller förenklat $U_{20} \approx (U_2 + R_{2K} I_2 \cos \varphi_2 + X_{2K} I_2 \sin \varphi_2)$

Nicht idealer Transformator: Spannungsfall



$$x = R_{2K} I_2 \cos \varphi_2$$

$$y = X_{2K} I_2 \sin \varphi_2$$

$$z = X_{2K} I_2 \cos \varphi_2 - R_{2K} I_2 \sin \varphi_2$$

Spannungsfallsformeln

$$U_{20} \approx (U_2 + R_{2K} I_2 \cos \varphi_2 + X_{2K} I_2 \sin \varphi_2)$$

Belastningsgrad, förluster och verkningsgrad

- Märkeffekten för en transformator är alltid den **skenbara** effekten

$$S_M = U_{1M} \cdot I_{1M} = U_{2M} \cdot I_{2M}$$

Anledningen är att transformatorns lindningar tål en viss ström innan isoleringen smälter.

- En märkbelastad transformator **avger** märkeffekten i lasten på sekundärsidan med en viss effektfaktor $\cos \varphi_2$

$$P_{2M}(\varphi_2) = U_2 \cdot I_{2M} \cos \varphi_2$$

- Belastningsgraden x definieras som förhållandet mellan lastström och märkström eller avgiven effekt och märkeffekt enligt

$$x = \frac{I_2}{I_{2M}} = \frac{P_2}{P_{2M}}$$

Belastningsgrad, förluster och verkningsgrad

- Verkningsgraden beror på instoppad effekt och avgiven effekt enligt

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{F0} + P_{FB}}$$

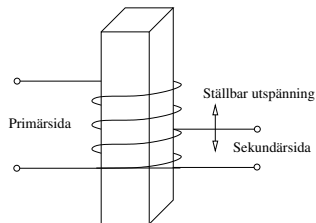
- Tomgångsförlusterna P_{F0} är konstanta
- Belastningsförlusterna P_{FB} ökar med strömmen i kvadrat

$$P_{FB} = x^2 \cdot P_{FKM}$$

- Verkningsgraden blir då uttryckt i belastningsgrad

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{x \cdot P_{2M}}{x \cdot P_{2M} + P_{F0} + x^2 \cdot P_{FKM}}$$

Full- och spartransformatorn (Vridtransformatorn)



Figur : Konceptuell bild av en spartransformator. Flyttas den övre anslutningen på sekundärsidan så kan spänningen varieras. Detta kallas vridtransformator.

- För en viss genomgångseffekt $S_g = U_1 I_1 = U_2 I_2$ så blir typeffekten $S_t = S_g \frac{U_1 - U_2}{U_1}$.
- För extremfallet $U_1 = U_2$ så blir transformatorn alltså helt obelastad.
- Observera att begreppen uppsida nedsida kan bli förvirrande för en vridtransformator.

Fö 4 - TMEI01 Elkraftteknik
Trefastransformatorn
Introduktion till Likströmsmaskinen

Per Öberg

22 januari 2013

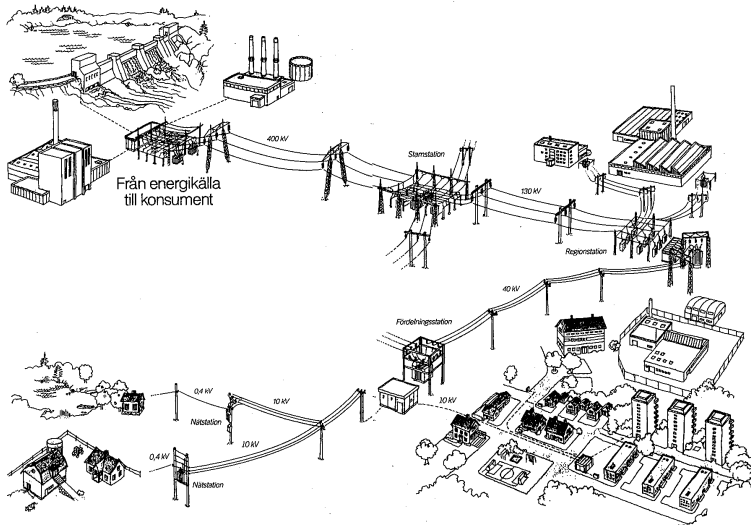
1 Trefastransformatorn

- Distributionsnätet
- Uppbyggnad
- Kopplingsarter
- Ekvivalent Kretsschema
- Beräkningsexempel

2 Likströmsmaskinen

- Introduktion
- Ekvivalent Kretsschema
- Separat, Shunt, Serie och Kompond kopplingar
- Startström och Startpådrag
- Beräkningsexempel

Distributionsnätet



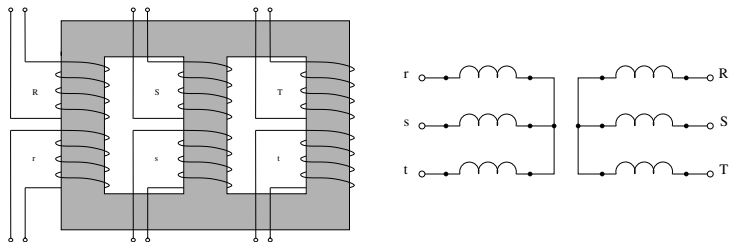
Alt 1: Använd tre st. likadana enfastransformatorer

- > Mindre vanligt
- > Lägre effektivitet än alternativet

Alt 2: Gemensam järnkärna för hela transformatorn, en s.k. **trefastransformator**

- > Summan av magnetflödena är alltid noll vid symmetrisk trefas. Därför behövs ingen magnetisk återledare.
- > Det räcker alltså med en trebent transformator, dvs ett ben för varje fas.

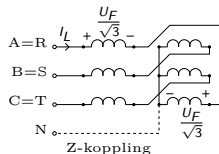
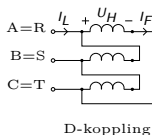
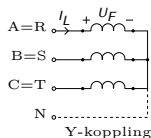
Uppbyggnad, forts.



Figur : Uppbyggnad av trefas krafttransformator och dess schemasymbol vid Y-koppling. De tre faserna R, S och T har en uppsänningslindning och en nedspänningslindning på varje ben.

Kopplingsarter

- Lindningarna på en trefastransformator brukar Y-kopplas, D-kopplas eller Z-kopplas.



- Magnetfältet från en D-kopplad lindning blir $\sqrt{3}$ ggr. större än vid Y-kopplad lindning.
- > Spänningen på nedsidan blir $\sqrt{3}$ ggr. större för D-kopplad lindning än för Y-kopplad lindning på uppsidan.
- De två lindningsdelarna i Z-kopplingen är två hälfter av en lindningsfläta kopplade så att spänningarna blir motkopplade och fasförskjutna 60° .
- > Mindre vanligt

- Transformatorkopplingar betecknas enligt

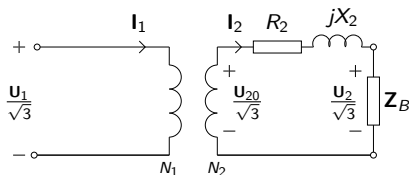
	Uppspänningslindning	Nedspänningslindning
Y-koppling	Y	y
D-koppling	D	d
Z-koppling	Z	z

- Fasläget för en trefaslindning uttrycks enligt klockmetoden

Ex: YNd5 betyder att uppspänningssidan är Y-kopplad med nolluttag och nedspänningssidan D-kopplad samt 150° efter uppsidans spänning.

Ekvivalent Krettschema

- Ofta försummas tomgångsförlusterna vid utritning av trefastransformatorns krettschema.
 - Räkningarna görs enklast under antagandet att transformatorn består av tre st Y-kopplade enfastransformatorer.
- > Förutsätter balanserad last.



Figur : Ekvivalent per Y-fas schema för trefastransformator. Notera att \mathbf{U}_1 här representerar huvudspänningen på primärsidan, inte fasspänning nummer 1.

Beräkningsexempel 2.14

2.14 Beräkna nedanstående storheter med hjälp av ABB:s datablad för trefas krafttransformatorer, BD 140 022-BA, om transformatorn märkbelastas och effektfaktorn är 0,8 ind.

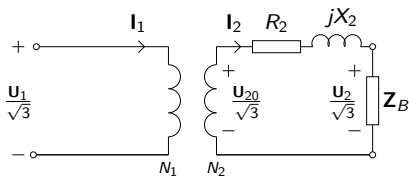
- I_{1M} och I_{2M} (primär och sekundär märkström).
- R_{1K} och R_{2K} (primär och sekundär kortslutningsresistans).
- X_{1K} och X_{2K} (primär och sekundär kortslutningsreaktans).
- U_2 (sekundära spänningen över lasten).
- η (vid märkström).
- Belastningsgraden x för max verkningsgrad.
- Hur stor är kortslutningsströmmen på primärsidan I_{K1} om transformatorn utsätts för trefasig kortslutning på sekundärsidan vid märkspänning?

Transformatorer typ TOL
Öppet system, ej omlastningsbara

Effekt	Garantier				Vikter i kg		Beställningsnummer		
kVA	P ₀ W	P _b W	U ₁ %	I ₀ %	Ojja	Totalt	Mållade	Varmförzinkade	
Serie A, 10 ± 2 × 2,5 %/0,4 kV, Dyn 11									
50	135	870	3,4	1,4	90	390	BD 140 022-BA	BD 140 023-BA	
100	215	1370	3,6	1,2	130	605	-CA	-CA	
200	330	2530	3,4	0,9	180	890	-DA	-DA	
315	460	3260	3,8	0,7	240	1310	-EA	-EA	
400	580	3640	3,9	0,8	280	1510	-FA		
500	730	4410	4,5	0,7	390	1750	-GA		
630	900	5210	4,3	0,7	465	2085	-HA		
800	1100	6160	5,0	0,7	550	2550	-KA		
1000	1200	8250	5,8	0,6	680	2980	-LA		
1250	1520	9190	5,7	0,6	800	3550	-MA		
1600	1780	12360	6,0	0,6	970	4140	-NA		
2000	2100	15180	6,4	0,5	1160	5050	-PA		
2500	2600	17670	6,3	0,5	1350	6230	-RA		

Källa: ABB.

Rita ekvivalent per fas schema



Beräkningsexempel 2.14

a)

Sökt: I_{1M} och I_{2M}

Givet: $S_M = 50 \text{ kVA}$, $U_{1M} = 10 \text{ kV}$, $U_{2M} = 0,4 \text{ kV}$

Lösning: Använd definitionen av trefaseffekt för upp-sidan och ned-sidan

$$S_M = \sqrt{3} \cdot U_{1M} \cdot I_{1M} = \sqrt{3} \cdot U_{2M} \cdot I_{2M} \implies$$
$$\implies \begin{cases} I_{1M} = \frac{50 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 10^4} = 2,9 \text{ A} \\ I_{2M} = \frac{50 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 4 \cdot 10^2} = 72,2 \text{ A} \end{cases}$$

b)

Sökt: R_{1K} och R_{2K} , dvs kortslutningsresistansen sett från primär och sekundärsidan.

Givet: $P_{FBM} = 870 \text{ W}$

Lösning: Effekten i varje gren är en tredjedel så vi har att

$$P_{FBM} = 3 \cdot R_{1K} \cdot I_{1M}^2 = 3 \cdot R_{2K} \cdot I_{2M}^2 \implies$$
$$\implies \begin{cases} R_{1K} = \frac{870}{3 \cdot 2,9^2} = 34,8 \Omega \\ R_{2K} = \frac{870}{3 \cdot 72,2^2} = 55,2 \text{ m}\Omega = R_{1K} \cdot \left(\frac{U_{2M}}{U_{1M}}\right)^2 \end{cases}$$

Beräkningsexempel 2.14

c)

Sökt: X_{1K} och X_{2K} , dvs kortslutningsreaktans sett från primär och sekundärsidan.

Givet: $P_{FBM} = 870 \text{ W}$, $u_Z = 3,4\%$. Här är u_Z det procentuella impedansspänningsfallet vid märkström.

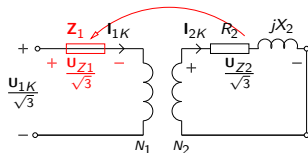
Lösning: Procentuella spänningsfallet är spänningsfallet över Z_{1K} eller Z_{2K} vid märkström på resp. sida.

$$\frac{U_{1K}}{\sqrt{3}} = |Z_{1K}| \cdot I_{1K} \quad (1)$$

$$U_{1K} = \frac{u_Z}{100} \cdot U_{1M} = \frac{3,4}{100} \cdot 10^4 = 340 \text{ V} \quad (2)$$

$$Z_{1K} = \sqrt{R_{1K}^2 + X_{1K}^2} \quad (3)$$

$$X_{2K} = X_{1K} \cdot \left(\frac{U_{2M}}{U_{1M}} \right)^2 \quad (4)$$



$$(1) \& (2) \Rightarrow Z_{1K} = \frac{U_{1K}}{\sqrt{3} \cdot I_{1K}} = \frac{340}{\sqrt{3} \cdot 2,9} = 68 \, \Omega$$

$$(3) \Rightarrow X_{1K} = 58,4 \, \Omega$$

$$(4) \Rightarrow X_{2K} = 58,4 \cdot \left(\frac{400}{10^4} \right)^2 = 93,5 \text{ m}\Omega$$

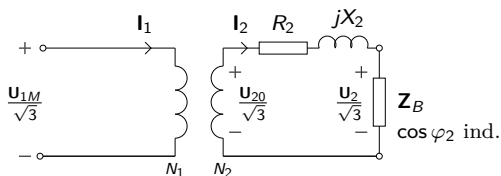
Beräkningsexempel 2.14

d)

Sökt: U_2 , spänningen över lasten

Givet: $U_1 = U_{1M} \Rightarrow U_{20} = U_{2M}$, Märkbelastning $\Rightarrow I_2 = I_{2M}$, $\cos \varphi_2$

Lösning: Rita figur och sätt ut kända och okända storheter. Använd spänningsfallsformeln



$$\frac{U_{20}}{\sqrt{3}} \approx \frac{U_2}{\sqrt{3}} + I_2 (R_{2K} \cos \varphi_2 + X_{2K} \sin \varphi_2) \Rightarrow$$

$$\frac{400}{\sqrt{3}} \approx \frac{U_2}{\sqrt{3}} + 72,2 (55,2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,8 + 93,5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,6) \Rightarrow$$

$$U_2 \approx 387,4 \text{ V}$$

Beräkningsexempel 2.14

e)

Sökt: η , för märkbelastningsfallet

Givet: $U_2, I_{2M}, \cos \varphi_2, P_{F0}, P_{FBM}$

Lösning: Räkna ut P_{2M} för driftsfallet och använd formeln för effektivitet

$$P_{2M} = \sqrt{3} \cdot U_2 \cdot I_{2M} \cdot \cos \varphi_2 = \sqrt{3} \cdot 387,4 \cdot 72,2 \cdot 0,8 = 38742 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_{2M}}{P_{2M} + P_{F0} + P_{FBM}} = \frac{38742}{38742 + 135 + 870} = 97,5 \%$$

Notera: P_{2M} beror både på belastningsgrad x (via U_2) och effektfaktor $\cos \varphi_2$. Detta syns inte explicit i formeln i boken

$$\eta = \frac{x \cdot P_{2M}}{x \cdot P_{2M} + P_{F0} + x^2 \cdot P_{FKM}}$$

Formeln borde alltså egentligen förtydligas med $P_{2M}(x, \cos \varphi_2)$.

Beräkningsexempel 2.14

f)

Sökt: Belastningsgraden för max verkningsgrad

Givet: P_{F0} , P_{FBM}

Lösning: Försumma P_{2M} 's beroende på belastningsgrad och ställ upp verkningsgraden som funktion av belastningsgrad.

$$\begin{aligned}\eta(x) &= \frac{x \cdot P_{2M}}{x \cdot P_{2M} + P_{F0} + x^2 \cdot P_{FKM}} = \frac{f(x)}{g(x)} \\ \eta'(x) &= \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2} = \\ &= \frac{P_{2M} \cdot (x \cdot P_{2M} + P_{F0} + x^2 \cdot P_{FBM}) - x \cdot P_{FBM} \cdot (P_{2M} + 2 \cdot x \cdot P_{FBM})}{g(x)^2} = \\ &= \frac{x \cdot P_{2M}^2 + P_{2M} \cdot P_{F0} + x^2 \cdot P_{2M} \cdot P_{FBM} - x \cdot P_{2M}^2 - 2 \cdot x^2 \cdot P_{2M} \cdot P_{FBM}}{g(x)^2} = \\ &= \frac{P_{2M} \cdot P_{F0} - x^2 \cdot P_{2M} \cdot P_{FBM}}{g(x)^2} = \frac{P_{2M} \cdot (P_{F0} - x^2 \cdot P_{FBM})}{g(x)^2} \\ \eta'(x) = 0 &\implies (P_{F0} - x^2 \cdot P_{FBM}) = 0 \implies \\ x_{\eta_{\max}} &= \sqrt{\frac{P_{F0}}{P_{FBM}}}\end{aligned}$$

g)

Sökt: I_{1K} om transformatorn kortslogs trefasigt på sekundärsidan

Givet: $U_1 = U_{1M}$, $Z_{1Tot} = Z_{1K}$

Lösning: Använd ohms lag på den kortslutna kretsen

$$I_{1K} = \frac{U_{1M}}{\sqrt{3} \cdot Z_{1K}} = \frac{10^4}{\sqrt{3} \cdot 68} = 85 \text{ A}$$

Likströmsmaskinen: Introduktion

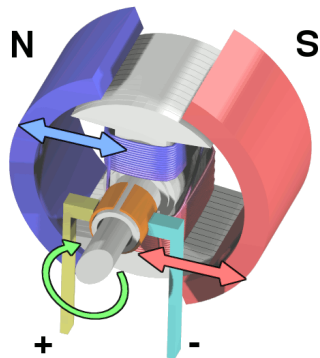
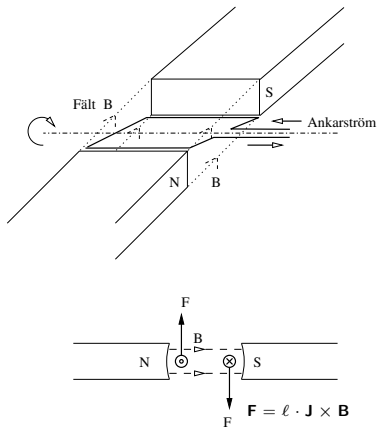
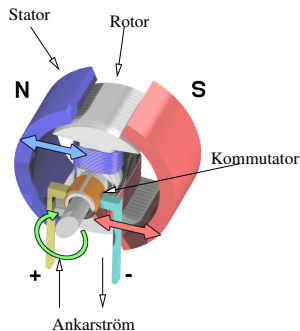


Illustration av DC-motor,
Wikimedia Commons

Introduktion, forts.

- En likströmsmaskin kan arbeta **både** som motor och generator.
- Högt startmoment, snabb acceleration, enkel att styra
- För en **likströmsmaskin** är ankare och rotor samma sak. (Ankarlindningen är alltid den som är AC ström i)

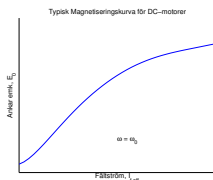


Figur : Benämningar för de olika delarna i en DC-motor

Huvudflöde och Ankarflöde

- Flödet från statorlindningen, eller fältlindningen, kallas **huvudflöde**

-> Huvudflödet bestäms i princip av magnetiseringsströmmen I_m



- Flödet genom maskinen kallas Φ och vi har alltså i princip

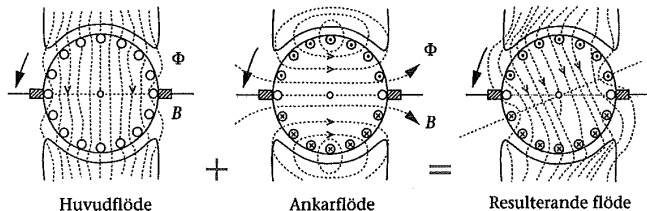
$$\Phi(I_m) = f(I_m) = / \text{ för det linjära området } / \approx k \cdot I_m$$

- Φ ger upphov till en varvtalsberoende elektromotorisk kraft i ankarkretsen enligt

$$E = k_1 \cdot n \cdot \Phi$$

Huvudflöde och Ankarflöde

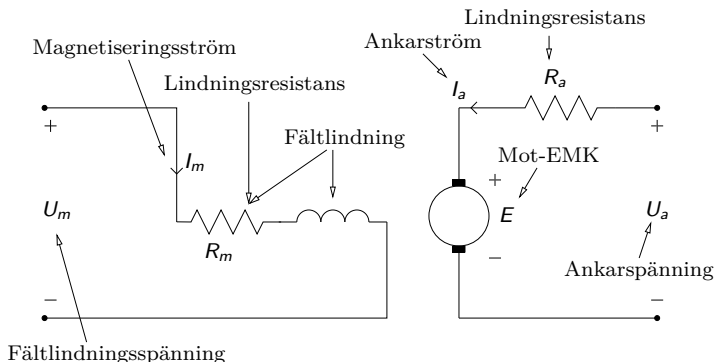
- Ankarströmmen ger upphov till ett tvärs-riktat ankarflöde som påverkar storleken på huvudflödet för stora ankarströmmar.



Figur 3.6 Magnetiska flöden hos en 2-polig likströmsmaskin.

Figur : Skiss av distorsion av huvudflöde p.g.a. ankarflöde. När ankarflödet ökar p.g.a. ökad belastning så distorderas fältet allt mer. Detta leder till magnetisk mättning i de delar som utsätts för störst flöden och därmed fältförsvagning.

Ekvivalent Krettschema



Figur : Ekvivalent krettschema för DC-maskin samt benämningar på de olika komponenterna. Magnetiseringsstorheterna kallas ibland för fältstorheter, dvs I_f , U_f , R_f o.s.v.

- Kirchoffs spänningslag ger oss

$$U - R_a \cdot I_a - E = 0$$

- Den varvtalsberoende elektromotoriska kraften är

$$E = k_1 \cdot \Phi \cdot n = k_2 \cdot \Phi \cdot \omega$$

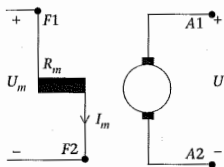
- Strömmen i magnetiseringslidningen blir

$$I_m = \frac{U_m}{R_m}$$

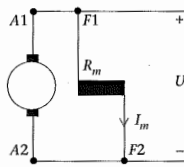
- Magnetfältet för det linjära området är

$$\Phi = k \cdot I_m$$

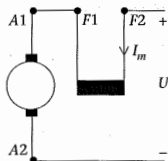
Separat, Shunt, Serie och Kompond kopplingar



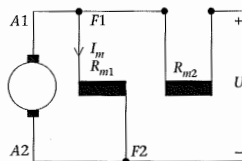
Figur 3.3 a) Separatmagnetisering.



b) Shuntmagnetisering.



Figur 3.4 a) Seriemagnetisering.



b) Kompondmagnetisering med shuntlindning parallellt med ankaret.

Figur : Olika kopplingsvarianter för lindningarna hos en DC-maskin. Den separatmagnetiserade har samma driftsegenskaper som en permanentmagnetiserad eftersom strömmen som genererar huvudflödet är helt frikopplad från ankarkretsen.

Startström och Startpådrag

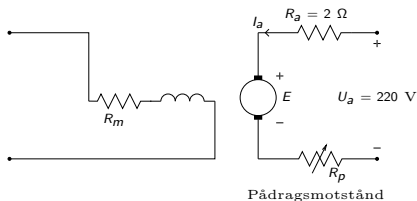
- Eftersom $E = k_1 \cdot \Phi \cdot n = 0$ vid start så blir startströmmen hög för alla likströmsmaskiner.
- Startströmmen blir speciellt hög för den seriekopplade varianten eftersom de är designade med lägre lindningsresistanser.
- Lösningen är att koppla på ett s.k. startpådrag som begränsar strömmen i startögonblicket.
- Startpådraget kopplas ur så snart motorn fått upp farten.

Beräkningsexempel 3.1, startpådtag

Sökt: Storleken på pådragsmotståndet R_p som ger $I_{a,start} \leq 2 \cdot I_{a,drift}$

Givet: $U_a = 220 \text{ V}$, $R_a = 2 \ \Omega$, $I_{a,drift} = 10 \text{ A}$

Lösning: Rita figur och ställ upp strömsambandet för ankarkretsen.



$$U_a - R_a \cdot I_a - E - R_p \cdot I_a = 0$$

$$I_{a,start} \leq 2 \cdot I_{a,drift} = 20$$

Vid start är $E = k_1 \cdot \Phi \cdot n = 0$ och därmed så gäller

$$I_{a,start} = \frac{U_a}{R_a + R_p} \leq 20 \Rightarrow$$

$$R_a + R_p \geq \frac{220}{20} \Rightarrow R_p \geq 9 \ \Omega$$

Fö 5 - TMEI01 Elkraftteknik

Likströmsmaskinen

Per Öberg

29 januari 2013

- 1 Repetition
 - Ekvivalent Kretsschema
- 2 Mekaniska Samband
- 3 Driftegenskaper Motordrift
 - Separatmagnetiserad likströmsmotor
 - Shuntmagnetiserad likströmsmotor
 - Seriemagnetiserad likströmsmotor
 - Kompoundmagnetiserad likströmsmotor
- 4 Verkningsgrad

Likströmsmaskinen: Introduktion

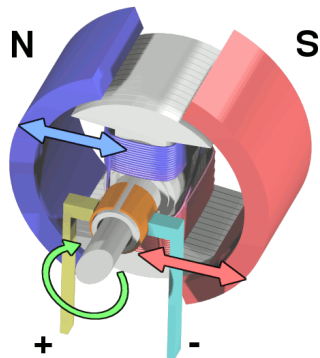
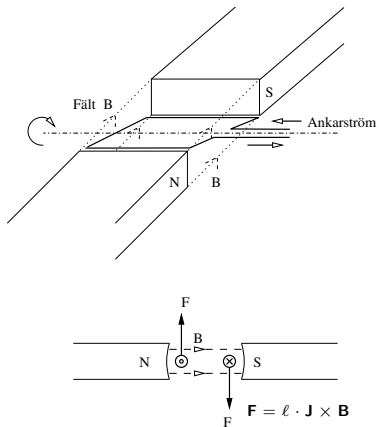
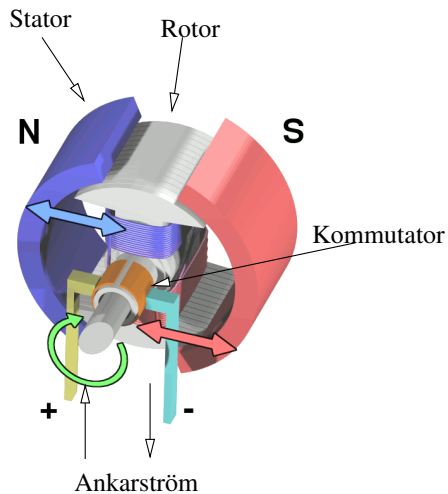
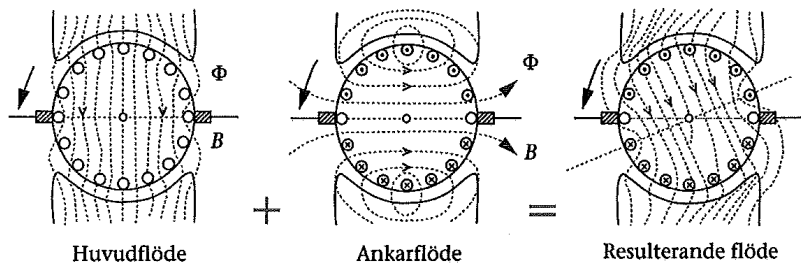


Illustration av DC-motor,
Wikimedia Commons



Figur : Benämningar för de olika delarna i en DC-motor

Huvudflöde och Ankarflöde



Figur 3.6 Magnetiska flöden hos en 2-polig likströmsmaskin.

Krettschema och Samband

- Kirchoffs spänningslag ger oss

$$U_a - I_a \cdot R_a - E_a = 0$$

- Den varvtalsberoende elektromotoriska kraften är

$$E_a = k_1 \cdot \Phi \cdot n = k_2 \cdot \Phi \cdot \omega$$

$$\omega = n \cdot \frac{2\pi}{60}$$

- Strömmen i magnetiseringsledningen blir

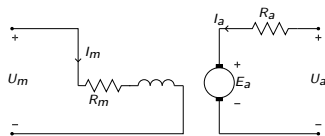
$$I_m = \frac{U_m}{R_m}$$

- Magnetfältet för det linjära området är

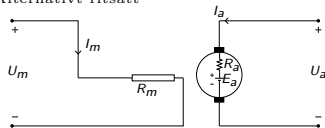
$$\Phi = k \cdot I_m$$

Varvtalsformeln

$$n = \frac{U_a - I_a \sum_i R_i}{k_1 \cdot \Phi}$$



Alternativt ritsätt



Krettschema

Mekaniska Samband

- Det elektrodynamiska vridmomentet, M (eller ibland T), dvs det som uppstår på lindningsaxeln beror på magnetfältet enligt

$$M = k_2 \cdot I_a \cdot \Phi(I_m) \approx \left(\Phi = k \cdot I_m \text{ för det linjära området} \right) \approx \\ \approx k_2 \cdot k \cdot I_a \cdot I_m$$

- Den elektriskt genererade mekaniska effekten, P , är

$$P = M \cdot \omega = I_a \cdot \underbrace{k_2 \cdot \Phi(I_m)}_{E_a} \cdot \omega = E_a \cdot I_a$$

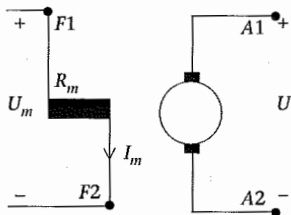
- Förluster från lagerfriktion och ventilation kallas tomgångsförluster P_{F0}
- Den avgivna effekten P_{avg} blir

$$P_{avg} = E_a \cdot I_a - P_{F0}$$

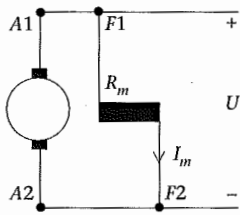
- Axelmomentet, dvs det moment som lämnar maskinen blir

$$M_a = M - \frac{P_{F0}}{\omega}$$

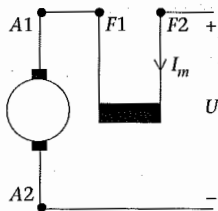
Repetition Separat, Shunt, Serie och Kompond kopplingar



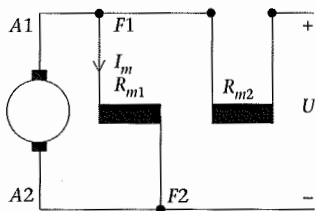
Figur 3.3 a) Separatmagnetisering.



b) Shuntmagnetisering.

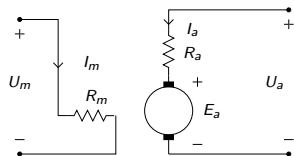


Figur 3.4 a) Seriemagnetisering.



b) Kompondmagnetisering med shuntlindning parallellt med ankaret.

Separatmagnetiserad likströmsmotor



Krettschema

$$U_a = E_a + I_a \cdot R_a$$

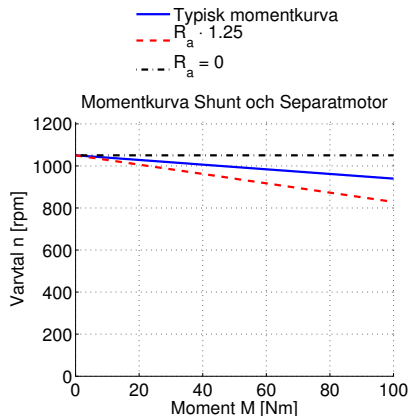
$$E_a = k_2 \cdot \Phi \cdot \omega = k_1 \cdot \Phi \cdot n$$

$$I_m = \frac{U_m}{R_m}$$

$$\Phi \approx k \cdot I_m$$

$$M = k_2 \cdot \Phi \cdot I_a$$

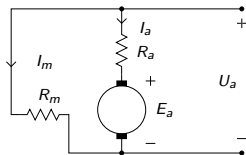
Driftsekvationer



Momentkurva

- $R_a = 0 \Rightarrow U_a = E_a \Rightarrow n = \text{konst.}$
- $R_a \neq 0 \Rightarrow E_a$ minskar med $M \Rightarrow n = \text{avtar med } M$

Shuntmagnetiserad likströmotor



Kretsschema

$$U_a = E_a + I_a \cdot R_a$$

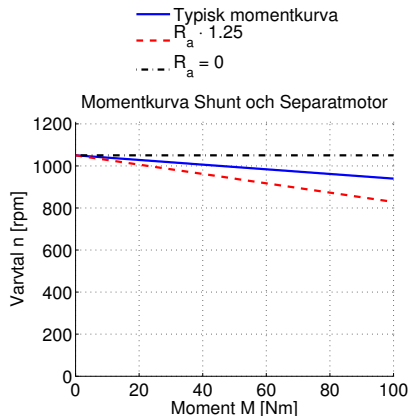
$$E_a = k_2 \cdot \Phi \cdot \omega = k_1 \cdot \Phi \cdot n$$

$$I_m = \frac{U_a}{R_m}$$

$$\Phi \approx k \cdot I_m$$

$$M = k_2 \cdot \Phi \cdot I_a$$

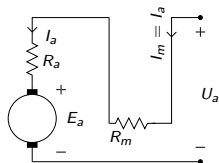
Driftsekvationer



Momentkurva

- $R_a = 0 \Rightarrow U_a = E_a \Rightarrow n = \text{konst.}$
- $R_a \neq 0 \Rightarrow E_a$ minskar med $M \Rightarrow n = \text{avtar med } M$

Seriemagnetiserad likströmsmotor



Krettschema

$$U_a = E_a + I_a \cdot (R_m + R_a)$$

$$E_a = k_2 \cdot \Phi \cdot \omega = k_1 \cdot \Phi \cdot n$$

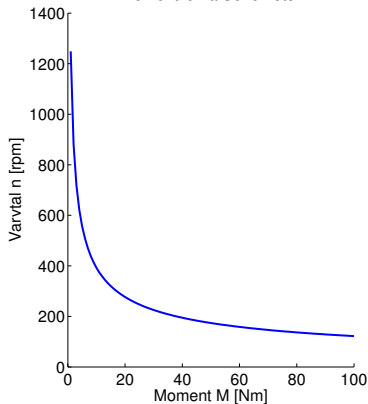
$$I_m = I_a$$

$$\Phi \approx k \cdot I_m = k \cdot I_a$$

$$M = k_2 \cdot \Phi \cdot I_a \approx k_2 \cdot k \cdot I_a^2$$

Driftsekvationer

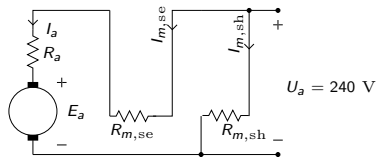
Momentkurva Seriemotor



Momentkurva

- $M \rightarrow 0 \Rightarrow \Phi \rightarrow 0 \Rightarrow n \rightarrow \infty$
- $n \rightarrow 0 \Rightarrow E_a \rightarrow 0 \Rightarrow I_a \rightarrow I_{a,\max} \Rightarrow M \rightarrow M_{\max}$

Kompoundmagnetiserad likströmsmotor (Överkurs)



Krettschema, Long-Shunt

$$U_a = E_a + I_a \cdot (R_{m,se} + R_a)$$

$$E_a = k_2 \cdot \Phi_{\text{Tot}} \cdot \omega = k_1 \cdot \Phi_{\text{Tot}} \cdot n$$

$$I_{m,se} = I_a$$

$$I_{m,sh} = \frac{U_a}{R_{m,sh}}$$

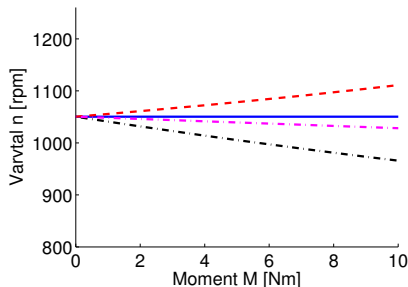
$$\Phi_{\text{Tot}} \approx k_{sh} \cdot I_{m,sh} + k_{se} \cdot I_a$$

$$M = k_2 \cdot \Phi_{\text{Tot}} \cdot I_a$$

Driftsekvationer

- Perfekt Motkompounderad
- - - Motkompounderad
- · · Medkompounderad
- · · Shunt

Momentkurva Kompoundmotor



Momentkurva

Varvtalsstyrning av likströmsmotor

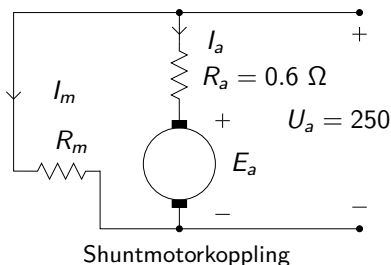
- 1 Seriereglering, ökning av $\sum R$ i ankarkretsen. Detta minskar spänningen över ankaret och sänker alltså E_a och därmed varvtalet.
- 2 Fältreglering (ändring av I_m och därmed Φ). Minskas fältet så ökar varvtalet enligt varvtalsformeln. Dock måste I_a öka för att bibehålla momentet.
- 3 Ankarspänningsreglering (ändring av U_a). Förutsätter styrbar spänningskälla.

Ex 3.9, Varvtalsförändring vid ändrad lindningsresistans

Givet: $I_{a,I} = 20$ A vid $n_I = 1000$ rpm.
Belastningsmomentet är konstant.
Mekaniska förluster försummas och motorn är linjär.

Sökt: Varvtalet om R_m ökas 25%

Rita Figur:



Lösning: Använd $E_a = k_1 \cdot \Phi \cdot n$ för de två fallen och lös ut varvtalet. Fall I är före och Fall II efter ändringen.

Fall I: Kirchoffs lag ger $E_{a,I}$

$$E_{a,I} = U_a - I_{a,I} \cdot R_a = 250 - 20 \cdot 0,6 = 238 \text{ V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k_1 \cdot \Phi_I = \frac{E_{a,I}}{n_I} = 0,238$$

Fall II: Momentet är konstant men flödet har minskat så

$$(1) \quad M_I = M_{II} \Rightarrow k_2 \cdot \Phi_I I_{a,I} = k_2 \cdot \Phi_{II} I_{a,II}$$

$$(2) \quad \Phi = k \cdot I_m = k \cdot \frac{U_m}{R_m} \Rightarrow$$

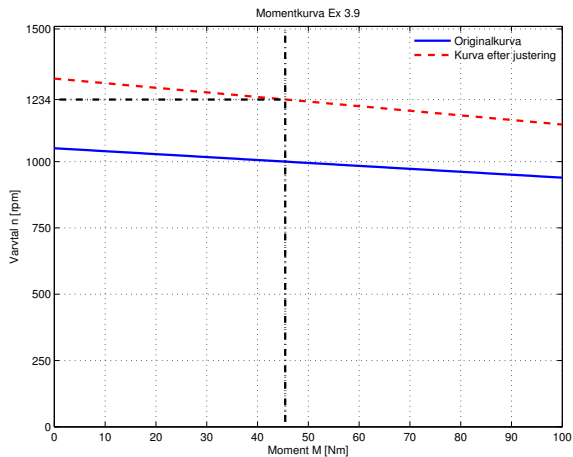
$$\Rightarrow \Phi_{II} = \Phi_I \cdot \frac{R_{m,I}}{R_{m,II}} = 0,8 \cdot \Phi_I$$

$$(1)\&(2) \Rightarrow I_{a,II} = 20 \frac{1}{0,8} = 25 \text{ A}$$

Varvtalet kan nu lösas ut enligt

$$U_a - I_{a,II} \cdot R_a - \overbrace{0,8 \cdot k_1 \cdot \Phi_I \cdot n_{II}}^{k_1 \cdot \Phi_{II}} = 0$$
$$\Rightarrow n_{II} = \frac{250 - 0,6 \cdot 25}{0,8 \cdot 0,238} = 1234 \text{ rpm}$$

Ex 3.9, Grafisk beskrivning



Förlusterna hos en likströmsmaskin kan skrivas som

P_{F0} Tomgångsförluster, ofta varvtalsberoende

P_{FB} Belastningsförluster, $P_{FB} = \sum R_a \cdot I_a^2$

P_{FM} Magnetiseringsförluster, $P_{FM} = R_m \cdot I_m^2 = U_m \cdot I_m$

Verkningsgraden blir därmed

$$\eta = \frac{P_{\text{Avg}}}{P_{\text{In}}} = \frac{P_{\text{In}} - (P_{F0} + P_{FM} + P_{FB})}{P_{\text{In}}}$$

Ex 3.12, Verkningsgrad och varvtalsberäkning

Givet: Shuntkopplad elmaskin med $R_a = 0,5 \Omega$, $R_m = 250 \Omega$.

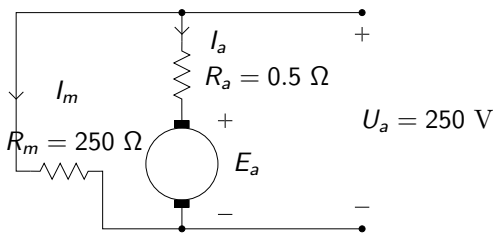
Fall I: Olastad generator, $U_{a,I} = 250 \text{ V}$ vid $n_I = 1000 \text{ rpm}$.

Fall II: Motor vid tomgång, $I_{a,II} + I_{m,II} = 4 \text{ A}$, vid $U_{a,II} = 250 \text{ V}$.

Fall III: Lastad motor, $I_{a,III} + I_{m,III} = 40 \text{ A}$, $\Phi_{III} = 0,96\Phi_I$

- Sökt:** a) Varvtal n_{III} och
b) Verkningsgrad η_{III}

Lösning: a) Räkna ut $k_1 \cdot \Phi_I$ och sätt in i $U_{a,III} - I_{a,III} \cdot R_a - \underbrace{k_1 \cdot \Phi_{III} \cdot n_{III}}_{E_{a,III}}$



Ex 3.12, forts.

Fall I: För en shuntgenerator i tomgång så är $I_a = -I_m$ och

$$I_m = \frac{U_a}{R_m} = 1 \text{ A.}$$

Kirchoffs lag ger $U_{a,I} - I_{a,I} \cdot R_a - \underbrace{k_1 \cdot \Phi_I \cdot n_I}_{E_{a,I}} = 0$ så

$$k_1 \cdot \Phi_I = \frac{U_{a,I} - I_{a,I} \cdot R_a}{n_I} = \frac{250 + 0,5 \cdot 1}{1000} = 0,2505$$

Fall III: Kirchoffs lag ger $U_{a,III} - I_{a,III} \cdot R_a - k_1 \cdot \Phi_{III} \cdot n_{III} = 0$. Vi har dessutom att

$$I_{a,III} = 40 - I_{m,III} = 40 - 1 = 39 \text{ A}$$

$$k_1 \cdot \Phi_{III} = 0,96 \cdot k_1 \cdot \Phi_I = 0,96 \cdot 0,2505$$

Vi har alltså slutligen:

$$n_{III} = \frac{U_{a,III} - I_{a,III} \cdot R_a}{0,96 \cdot k_1 \cdot \Phi_I} = \frac{250 - 39 \cdot 0,5}{0,2505 \cdot 0,96} = 958,5 \text{ rpm}$$

Ex 3.12, forts.

Lösning: b) Räkna ut förlusterna P_{F0} från Fall II samt belastnings och magnetiseringsförlusterna, $P_{FB} = R_a \cdot I_a^2$ och $P_{FM} = U_m \cdot I_m$ för Fall III. Använd sedan verkningsgradsformeln.

Vi har att

$$P_{\text{tillf}} = U_a \cdot I_a = 250 \cdot 40 = 10 \text{ kW}$$

$$I_{a,II} = 4 - I_{m,II} = 4 - 1 = 3 \text{ A}$$

$$\begin{aligned} P_{F0} &= E_{II} \cdot I_{a,II} = (U_a - R_a \cdot I_{a,II}) \cdot I_{a,II} = \\ &= (250 - 0,5 \cdot 3) \cdot 3 = 745,5 \text{ W} \end{aligned}$$

$$P_{FB} = R_a \cdot I_a^2 = 39^2 \cdot 0,5 = 760,5 \text{ W}$$

$$P_{FM} = U_m \cdot I_m = 250 \cdot 1 = 250 \text{ W}$$

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P_{\text{avg}}}{P_{\text{tillf}}} = \frac{P_{\text{tillf}} - P_{F0} - P_{FM} - P_{FK}}{P_{\text{tillf}}} = \\ &= \frac{10^4 - 250 - 745,5 - 760,5}{10^4} = 82,4\% \end{aligned}$$

Notera att P_{F0} är konstant, P_{FM} är proportionell mot U_m och P_{FB} varierar med belastningen. Därför kan vi använda P_{F0} och P_{FM} från Fall I och II i uträkningarna för Fall III.

Ex 3.20 Kompoundkopplad motor

Givet: En komppoundkopplad motor, med shuntgrenen närmast spänningskällan. Designad för $U_a = 240\text{ V}$ och $I_{\text{Tot}} = 80\text{ A}$. Förlusterna i ankarkretsen är 2,6%, i shuntlindningen 2% och i serielindningen 1,2% av totala ineffekten. Driftsfall $n = 1200$ rpm.

Sökt: $R_{m,\text{sh}}$, $R_{m,\text{se}}$, E_a , M_{avg}

Lösning: Räkna ut effekterna och använd sambanden mellan ström och effekt för att få fram resistanserna. Därefter kan kirchoffs lag användas för att räkna ut mot-emk'n.

$$P_{In} = U \cdot I \Rightarrow P_{In} = 240 \cdot 80 = 19200\text{ W}$$

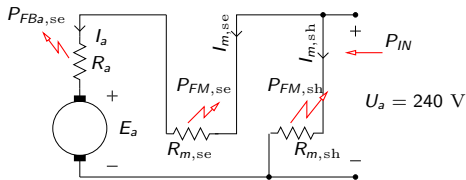
$$P_{FBa} = \frac{2,6}{100} P_{In} = 192 \cdot 2,6 = 499,2\text{ W}$$

$$P_{FM,\text{sh}} = \frac{2}{100} P_{In} = 385\text{ W}$$

$$P_{FM,\text{se}} = \frac{1,2}{100} P_{In} = 230,4\text{ W}$$

Ex 3.20, forts.

Fortsätt med att räkna ut strömmarna och sedan resistanserna från effekterna



Krettschema med utsatta effekter för komppoundkopplingen

$$P_{FM,sh} = U_a \cdot I_{m,sh} \Rightarrow I_{m,sh} = \frac{385}{240} = 1,6 \text{ A}$$

$$\Rightarrow R_{m,sh} = \frac{U}{I_{m,sh}} = \frac{240}{1,6} = 150 \text{ } \Omega$$

$$I_a = I_{Tot} - I_{m,sh} \Rightarrow I_a = 78,4 \text{ A}$$

$$\Rightarrow R_{m,se} = \frac{P_{Fm,se}}{I_a^2} = 37,4 \text{ m}\Omega$$

$$\Rightarrow R_a = \frac{P_{Fa,se}}{I_a^2} = 81,2 \text{ m}\Omega$$

Kirchoffs spänningslag ger nu E_a enligt

$$0 = U_a - R_{m,se} \cdot I_a - R_a \cdot I_a - E_a$$

$$\Rightarrow E_a = U_a - R_{m,se} \cdot I_a - R_a \cdot I_a = 230,7 \text{ V}$$

Slutligen kan då momentet räknas ut från effekten $P = I_a \cdot E_a = 18087 \text{ W}$

$$P = M \cdot \omega$$

$$\Rightarrow M = \frac{P}{\omega} = \frac{P}{n} \frac{60}{2\pi} = 144 \text{ Nm}$$

Fö 6 - TMEI01 Elkraftteknik

Asynkronmaskinen

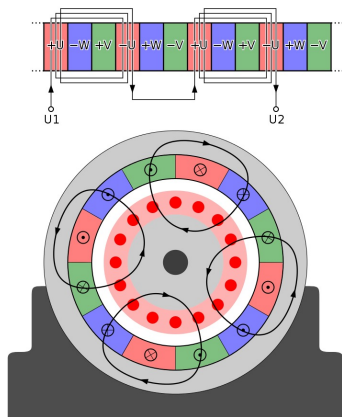
Per Öberg

29 januari 2013

- 1 Introduktion Asynkronmaskin
- 2 Uppbyggnad och Arbetssätt
 - Synkrona och Asynkrona Varvtalet
- 3 Förluster och Verkningsgrad
- 4 Beräkningsexempel

Introduktion Asynkronmaskin

- Asynkronmaskinen eller asynkronmotorn kallas även
 - Växelströmsmotorn
 - Induktionsmotorn
- Fördelar
 - Enkel och robust konstruktion
 - Goda driftsegenskaper
 - Stor överbelastningsförmåga
 - Lätt att sköta
- Fungerar både som motor och generator, kräver då reaktiv effekt för att kunna generera aktiv effekt.
- Ett roterande magnetfält skapas i statorn som sedan drar med sig rotorn.



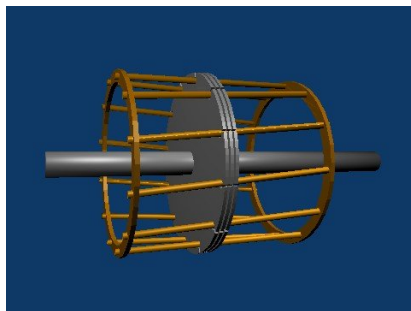
http://www.zeitlauf.com/product_info/technology/motoren/three_phase_motor.html

Figur : Illustration av 4-polig trefas-lindad asynkronmaskin, t.v. (Wikimedia Commons) och 2-polig trefas-lindad stator, t.h. (Zeitlauf)

<http://www.electric-motors-price.info/induction-motor/>

Figur : Urskuren induktionsmotor (Electric Motors)

<http://ewh.ieee.org/soc/es/Nov1997/09/INDEX.HTM>



Figur : Exempel på släpringad lindad rotor (Polytechnic University of Japan), t.v. och burlindad rotor, t.h. (Wikimedia Commons)

- 1 Statorn till en trefas asynkronmaskin ansluts till ett symmetriskt trefasnät
- 2 De tre växelspänningarna skapar då ett roterande magnetflöde i statorn.
- 3 Rotorn som från början står still i det roterande magnetflödet får en inducerad spänning i sig, precis som sekundärsidan på en transformator.
- 4 Den inducerade spänningen skapar en ström och därmed ett magnetfält i den kortslutna rotorn
- 5 Magnetfältet från rotorn och statorn skapar tillsammans ett vridmoment på motorns axel.

<http://www.ece.umn.edu/users/riaz/animations/abcvec.gif>

Ögonblicksbild av

<http://www.ece.umn.edu/users/riaz/animations/abcvec.gif>

Flödets rotationshastighet, det synkrona varvtalet

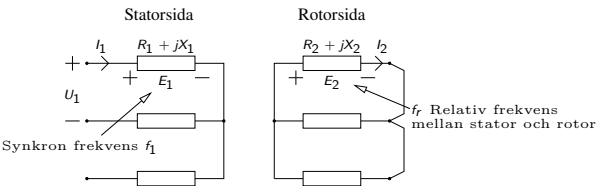
- En asynkronmaskin byggs med ett visst antal poler, t.ex. 2, 4, 6 o.s.v.
- Om statorlindningen är **tvåpolig** motsvarar den i varje ögonblick **två magnetpoler**, en nord och en syd, en fyrpolig två nord och två syd o.s.v.
- För en elektrisk period på $T = \frac{1}{f}$ så hinner nord- och sydpol byta plats två ggr.
- För en p-polig maskin så hinner alltså magnetflödet bara $\frac{2}{p}$ varv per elektrisk period.
- Det synkrona varvtalet är hastigheten med vilket magnetflödet roterar

Det synkrona varvtalet

$$n_s = \frac{2 \cdot 60 \cdot f}{p} \text{ rpm}$$

Rotorns rotationshastighet, det asynkrona varvtalet

Förenklat 3-fas kretsschema



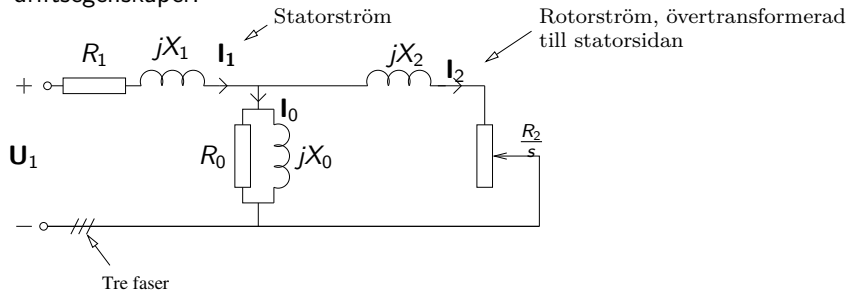
Nomenklatur

- Synkront varvtal
 $n_s = n_1 =$ magnetfältets varvtal
- Asynkront varvtal
 $n_2 =$ rotorns varvtal
- Eftersläpning (relativ-skillnad)
$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

- Lindningarna hos Statorn och Rotorn samverkar som en transformator och spänningen E_1 från statorlindningen inducerar en spänning $E_2 = s \cdot E_{2,\max}$ med frekvensen $f_r = s \cdot f_1$
- Vid olastad motor är eftersläpningen mycket liten så $E_2 \rightarrow 0$ och $f_r \rightarrow 0$
- I startögonblicket är $s = 1$ så både frekvens och spänning i rotorn har sina maxvärden.

Krettschema, förklarande illustration, ingår ej i kursen

Per fas, ekvivalent krettschema sett från statorn. Jämför med krettschema för transformatorn. Krettschemat används i den här kursen endast för att illustrera hur man kan räkna ut moment, förluster och driftsegenskaper.



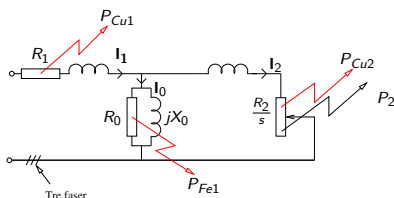
- Momentet går att teckna som en funktion av ström enligt

$$T_{\text{mech}} = \frac{3 \cdot \frac{R_2}{s} \cdot I_2^2}{\omega_1} \quad (\text{Jämför med likströmsmaskin})$$

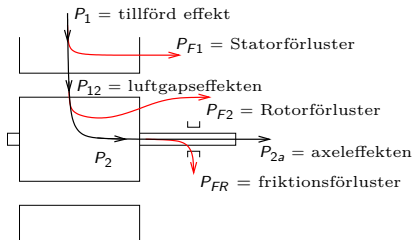
- De elektriska förlusterna består av $R \cdot I^2$ förluster i lindningsresistanserna

Förluster och Verkningsgrad

Effektförluster sett från kretsschemat



Effektbetraktelse



Tillförd effekt:

$$P_1 = \sqrt{3} U_H I_L \cos \varphi$$

Statorförluster:

$$P_{F1} = P_{Fe1} + P_{Cu1}$$

→ Järnförl.:

$$P_{Fe1}$$

→ Resistansförl.:

$$P_{Cu1} = 3 \cdot R_{1,Y} \cdot I_1^2$$

Luftgapseffekt:

$$P_{12} = P_1 - P_{F1}$$

$$P_{12} = M \cdot \omega_1$$

Rotorförluster:

$$P_{F2} = P_{Cu2} + \underbrace{P_{Fe2}}_{\text{försumbara}}$$

$$= s \cdot P_{12} =$$

$$= s \cdot \frac{P_2}{1-s}$$

Effekten:

$$P_2 = M \cdot \omega_2$$

$$P_2 = P_{12} - P_{F2}$$

Beräkningsexempel Asynkronmotor

En tvåpolig asynkronmotor belastas med ett moment så att den avgivna effekten blir 4,0 kW. Statorn är D-kopplad och matas med 400V 50Hz varvid den skenbara effekten blir 5,0kVA.

Lindningsresistansen är 0,5 Ω vardera och statorns järnförluster¹ uppskattas till 75 W. Motorns eftersläpning vid ovannämnda belastning är 3,0%. Friktion försummas.

- a): Beräkna belastningsmomentet och motorns varvtal.
- b): Beräkna rotorns förluster och den effekt som tillförs rotorn.
- c): Beräkna strömförbrukningen och statorns kopparförluster.
- d): Bestäm verkningsgraden och effektfaktorn.

¹Kan uppskattas med ett tomgångsprov, precis som för transformatorn.

Beräkningsexempel Asynkronmotorn, a)

a): Beräkna belastningsmomentet och motorns varvtal.

Varvtal, n: Motorn har två poler och frekvensen är 50 Hz

$$n_1 = \frac{120 \cdot f}{p} = 3000 \text{ rpm} \quad (\text{Synkrona varvtalet})$$

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \implies$$

$$n_2 = (1 - s) \cdot n_1 = 0,97 \cdot 3000 = 2910 \text{ rpm} \quad (\text{Asynkrona varvtalet})$$

Moment Momentet kan räknas ut från effekten och varvtalet enligt

$$M = \frac{P_2}{\omega_2} \quad (1)$$

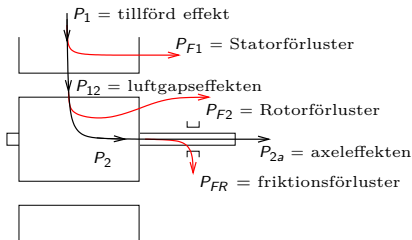
$$\omega_2 = \frac{2\pi}{60} \cdot n_2 \quad (2)$$

$$(1)\&(2) \implies M = \frac{60 \cdot P_2}{2\pi \cdot n_2} = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{4 \cdot 10^3}{2910} = 13,1 \text{ Nm}$$

Beräkningsexempel Asynkronmotorn, b)

b): Beräkna rotorns förluster och den effekt som tillförs rotorn.

Effektbetraktelse



Tillförd effekt: $P_1 = \sqrt{3}U_H I_L \cos \varphi$

Statorförluster: $P_{F1} = P_{Fe1} + P_{Cu1}$

→ Järnförl.: P_{Fe1}

→ Resistansförl.: $P_{Cu1} = 3 \cdot R_{1,Y} \cdot I_1^2$

Luftgapseffekt: $P_{12} = P_1 - P_{F1}$

$$P_{12} = M \cdot \omega_1$$

Rotorförluster: $P_{F2} = P_{Cu2} + \underbrace{P_{Fe2}}_{\text{försumbara}} =$

$$= s \cdot P_{12} =$$

$$= \frac{s}{1-s} \cdot P_2$$

Effekten:

$$P_2 = M \cdot \omega_2$$

$$P_2 = P_{12} - P_{F2}$$

- De sökta effekterna är P_{12} och P_{Cu2}

$$P_{12} = M \cdot \omega_1 = \frac{P_2}{\omega_2} \cdot \omega_1 = P_2 \frac{n_1}{n_2} = 4124 \text{ W}$$

$$P_{Cu2} = s \cdot P_{12} = 0,03 \cdot 4124 = 124 \text{ W}$$

$$= \frac{s}{1-s} P_2 = 0,031 \cdot 4000 = 124 \text{ W}$$

Beräkningsexempel Asynkronmotor, c)

- c):** Beräkna strömförbrukningen och statorns kopparförluster.
- > Använd den givna skenbara effekten för att räkna ut linjeströmmen. Statorn är D-kopplad så strömmen I_1 genom lindningarna är $\frac{I_L}{\sqrt{3}}$.

$$S = \sqrt{3} \cdot U_H \cdot I_L = \underbrace{5000}_{\text{givet}} \implies I_L = 7,22 \text{ A}$$

$$\begin{aligned} P_{Cu1} &= 3 \cdot R_1 I_1^2 = 3 \cdot R_1 \cdot \left(\frac{I_L}{\sqrt{3}} \right)^2 = R_1 \cdot I_L^2 = \\ &= 0,50 \cdot 7,22^2 = 26 \text{ W} \end{aligned}$$

Beräkningsexempel Asynkronmotor, d)

d): Bestäm verkningsgraden och effektfaktorn.

-> Verkningsgraden är som vanligt avgiven effekt delat med instoppad

$$\eta = \frac{P_{2a}}{P_1} = \frac{P_2}{P_{12} + P_{Cu1} + P_{Fe1}} = \frac{4000}{4124 + 26 + 75} = 95\%$$

där $P_{FR} = 0$ och $P_1 = P_{12} + P_{Cu1} + P_{Fe1}$ har använts. För att räkna ut effektfaktorn används P_1 och S enligt

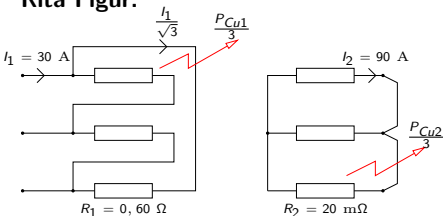
$$\cos \varphi = \frac{P_1}{S} = \frac{P_{12} + P_{Cu1} + P_{Fe1}}{S} = \frac{4225}{5000} = 0,85$$

Ex 4.18 - Effektfaktor och verkningsgrad

Givet: Trefas asynkronmotor ansluten till $U_H = 400$ V. $I_1 = 30$ A och $s = 3\%$ vid märkdrift. Rotorströmmen $I_2 = 90$ A vid kortsluten lindning. Y-kopplad rotor, 20 m Ω /fas, D-kopplad stator, $0,60$ Ω /gren. Järnförluster i statorn $P_{Fe1} = 300$ W, friktion försummas.

Sökt: Effektfaktor $\cos \varphi$ och verkningsgrad η för märkdriftsfallet.

Rita Figur:



Lösning: Räkna ut förlusteffekterna direkt från strömmarna. Använd sedan specialsambandet mellan eftersläpning, kopparförluster och elektrodynamiskt överförd effekt.

$$P_{Fe1} = 300 \text{ W}$$

$$P_{Cu1} = 3 \cdot R_1 \cdot \left(\frac{I_1}{\sqrt{3}} \right)^2 = 540 \text{ W}$$

$$P_{Cu2} = 3 \cdot R_2 \cdot I_2^2 = 486 \text{ W}$$

$$P_2 = P_{Cu2} \cdot \frac{1-s}{s} = 15714 \text{ W}$$

$$P_{FR} = 0 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_{2a}}{P_1} =$$

$$= \frac{P_{2a}}{P_{2a} + P_{FR} + P_{Cu1} + P_{Fe1} + P_{Cu2}} =$$
$$= 92,2\%$$

Ex 4.18 - forts

Lösning: $\cos \varphi$

$$\cos \varphi = \frac{P_1}{S} = \frac{P_2 + P_F}{\sqrt{3} \cdot U_H \cdot I_1} = \frac{15714 + 1324}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 30} = 0,82$$

Extrauppgift: Motorn är 4-polig, vilket är det lastande momentet?

Lösning: 4-polig motor ger det synkrona varvtalet $n_1 = 1500$ rpm. Slippet eller eftersläpningen är 3% så det asynkrona varvtalet blir

$$n_2 = n_1 \cdot (1 - s) = 0,97 \cdot 1500 = 1455 \text{ rpm}$$

Den mekaniska effekten är $P_{2a} = P_2 = M \cdot \omega_2$ så

$$M = \frac{P_2}{\omega_2} = \frac{P_2 \cdot 60}{n_2 \cdot 2\pi} = 103 \text{ Nm}$$

Fö 7 - TMEI01 Elkraftteknik

Asynkronmaskinen och Synkronmaskinen

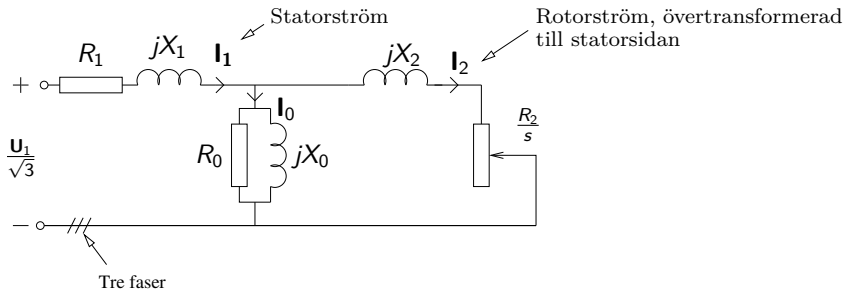
Per Öberg

5 februari 2013

- 1 Asynkronmaskinens Momentkurva
 - Härledning
 - Momentkurva vid ändring av spänning
 - Momentkurva för små eftersläpningar
 - Momentkurva vid inkoppling av yttre pådragsresistans
 - Momentkurva vid ändring av frekvens
- 2 Tekniker för start av Asynkronmotorn
- 3 Varvtalsstyrning
- 4 Beräkningsexempel 4.2
- 5 Synkronmaskinen

Asynkronmaskinens Momentkurva, härledning (överkurs)

- Betrakta kretsschemat

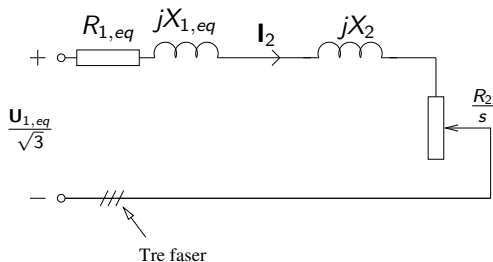


- Sen tidigare vet vi att momentet kan skrivas som strömmen genom rotorresistansen $\frac{R_2}{s}$ enligt

$$T = \frac{3 \cdot \frac{R_2}{s} \cdot I_2^2}{\omega_1} \quad (\text{Jämför med serie-likströmsmaskin})$$

Asynkronmaskinens momentkurva, härledning (överkurs)

- Kretsschemat kan ritas om med hjälp av thevenins theorem enligt



Här är $\mathbf{U}_{1,eq} = k_{eq} \cdot \mathbf{U}_1$ medan

$$\mathbf{Z}_{1,eq} = R_{1,eq} + j \cdot X_{1,eq} = \frac{j \cdot X_0 \cdot (R_1 + j \cdot X_1)}{R_1 + j \cdot (X_1 + X_0)}$$

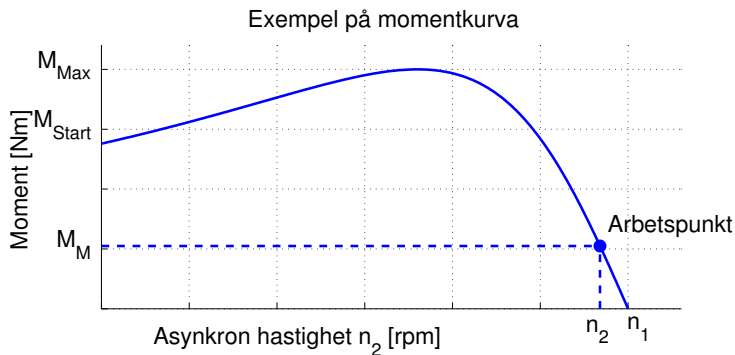
- Ur kretsschemat kan sedan strömmens storlek I_2 räknas ut och vi får

$$T = \frac{3}{k_{eq}^2 \cdot \omega_1} \cdot \left(\frac{U_1}{\sqrt{3}} \right)^2 \cdot s \cdot \frac{R_2}{\underbrace{(R_{1,eq} \cdot s + R_2)^2}_{\approx R_2^2} + s^2 \underbrace{(X_{1,eq} + X_2)}_{\text{kallas ofta } X_2}}$$

Asynkronmaskinens momentkurva

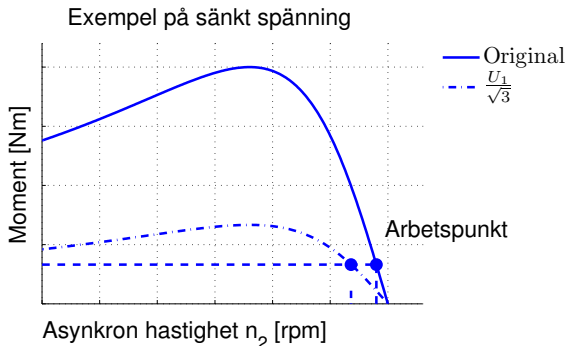
- Efter förenkling och ihopslagning av konstanterna i momentuttrycket fås

$$T = k \cdot U_1^2 \cdot s \cdot \frac{R_2}{R_2^2 + (s \cdot X_2)^2}$$



Momentkurva vid ändring av spänning

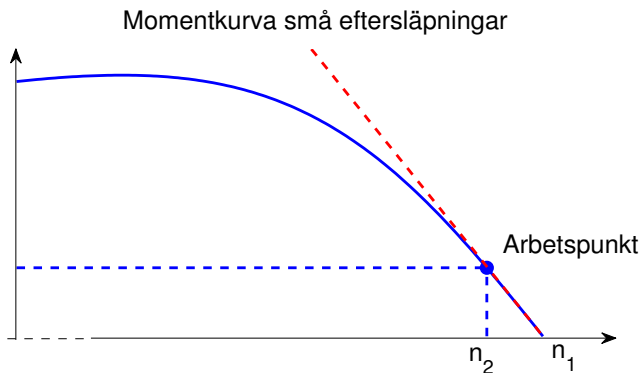
- Momentekvationen: $T = k \cdot U_1^2 \cdot s \cdot \frac{R_2}{R_2^2 + (s \cdot X_2)^2}$
- Ur momentekvationen så framgår att vid ändring från spänning U_1 till U_1' så skalas momentkurvan med faktorn $\left(\frac{U_1'}{U_1}\right)^2$
- Om spänningen sänks med en faktor $\frac{1}{\sqrt{3}}$ så skalas kurvan till en tredjedels höjd enligt nedan. Om lasten antas ha ett konstant moment så flyttas då arbetspunkten enligt figuren



Asynkronmaskinens momentkurva för små eftersläpningar

- Vid normal drift är s litet, typiskt några procent, så $(s \cdot X_2)^2 \ll R_2^2$
- Momentkurvan kan då approximeras med en enklare funktion

$$T \approx k \cdot U_1^2 \cdot s \cdot \frac{1}{R_2} = k_0 \cdot U_1^2 \cdot s$$

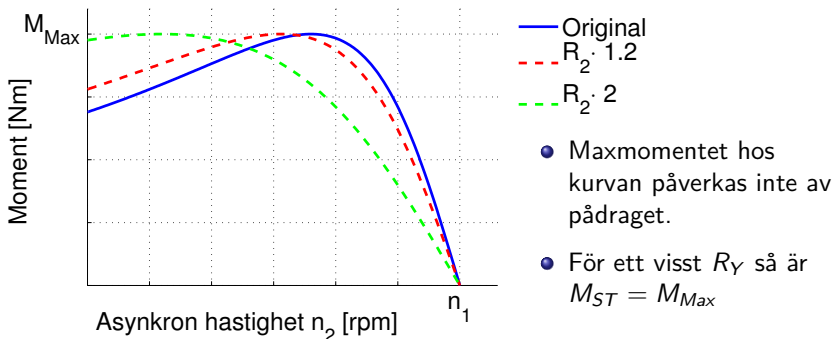


Momentkurva vid inkoppling av pådragsresistans

- För en släppringad asynkronmaskin kan momentkurvan ändras genom att koppla in en yttre pådragsresistans.
- I momentekvationen ser vi detta som

$$T = k \cdot U_1^2 \cdot s \cdot \frac{R_2 + R_Y}{(R_2 + R_Y)^2 + (s \cdot X_2)^2}$$

Momentkurva extra pådragsresistans



Moment vid ändring av frekvens, härledning (överkurs)

- När man har tillgång till en spänningskälla med variabel frekvens så är det frestande att använda detta för styrning av asynkronmaskinen.
- I momentekvationen så har frekvensberoendet hos X_2 och k inte skrivits ut explicit. Egentligen så är ju

$$X_2 = \omega_1 \cdot L_2 = X_{2,M} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_{1,M}} = X_{2,M} \cdot \frac{f_1}{f_{1,M}}$$

$$k = \frac{k_\omega}{\omega_1} = \frac{k_{f0}}{f_{1,M}^2 \cdot \omega_1}$$

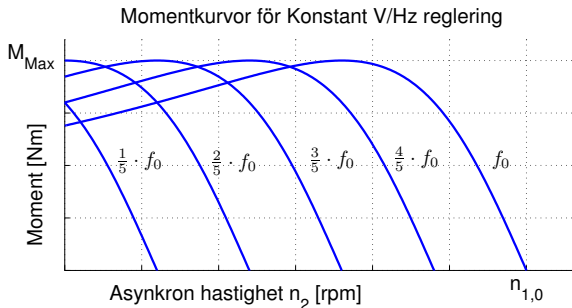
där $X_{2,M}$ är X_2 vid märkfrekvens. (k_ω och k_{f0} är hjälpkonstanter)

- Vi kan då skriva om momentekvationen med $s = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1} = \frac{\Delta\omega}{\omega_1}$

$$\begin{aligned} T &= \frac{k_\omega}{\omega_1} \cdot U_1^2 \cdot s \cdot \frac{R_2}{R_2^2 + \left(s \cdot X_{2,M} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_{1,M}} \right)^2} \\ &= k_{f0} \cdot \left(\frac{U_1}{f_1} \right)^2 \cdot \frac{R_2 / \Delta\omega}{(\omega_{1,M} \cdot (R_2 / \Delta\omega))^2 + (X_{2,M})^2} \end{aligned}$$

Konstant V/Hz styrning - härledning (överkurs)

- Ur den nya momentekvationen så framgår att om Spänningen U_1 justeras så att $\frac{U_1}{f_1} = \text{const.}$ så blir momentet endast en funktion av varvtalskillnaden $\Delta\omega$.
- $$T = k_{f0} \cdot \left(\frac{U_1}{f_1}\right)^2 \cdot \frac{R_2/\Delta\omega}{(\omega_{1,M} \cdot (R_2/\Delta\omega))^2 + (X_{2,M})^2}$$
- Allt frekvensberoende hos kurv-formen kan alltså kompenseras m.h.a. justering av U_1 .
- Detta kallas konstant V/Hz reglering

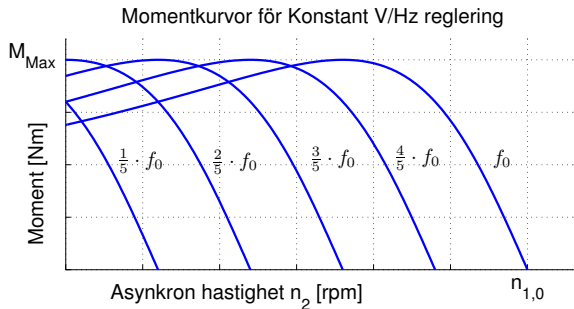


Ur momentekvationen framgår att

- Maxmomentet hos kurvorna påverkas inte av frekvensen.
- Momentkurvorna är förskjutna kopior av varandra.

Konstant V/Hz styrning

- Antag en asynkronmaskin med märkfrekvensen $f_{1,M}$.
- Vi har att $n_1 = \frac{2 \cdot 60 \cdot f_1}{p}$ så synkront varvtal skalar direkt mot frekvens.
- Vi vill nu förskjuta momentkurvan Δn rpm så att vi får $n_1 = n_{1,M} - \Delta n$
- Den nya frekvensen ska då vara $f_1 = \frac{f_{1,M}}{n_{1,M}} \cdot n_1 = \frac{f_{1,M}}{n_{1,M}} \cdot (n_{1,M} - \Delta n)$
- Spänningen U_1 justeras så att $\frac{U_1}{f_1} = \text{const.}$ vilket ger konstant maxmoment



Tekniker för start av Asynkronmotorn

- Direktstart
 - + Stor startström och fullt startmoment
 - + Kort starttid och liten uppvärming av rotorn
 - Kräver mycket ström och starkt nät
- Y/D-Start
 - En normalt D-kopplad maskin kan Y-kopplas vid start, när motorn kommit upp i varv kopplas motorn om till D-koppling.
 - + Sänkt spänning med $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ger minskad ström och minskad belastning på nätet
 - Startmomentet blir endast $\frac{1}{3}$ och kan vara för litet för att maskinen ska kunna starta
 - Förlänger starttiden vilket kan värma upp motorn.
 - Fungerar endast om maskinen är avsedd för D-koppling på det aktuella nätet.

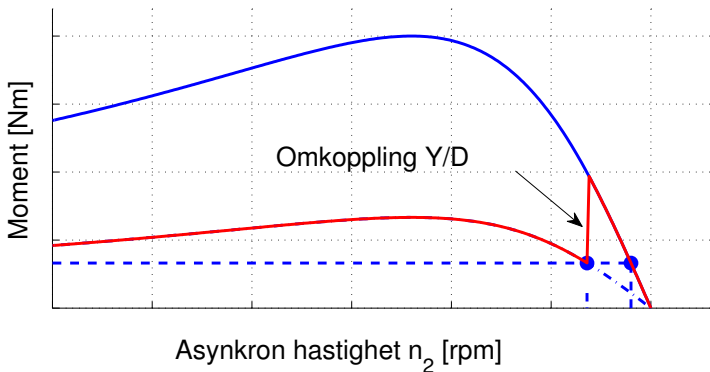
Tekniker för start av Asynkronmotorn

- Start med pådrag
 - Inkoppling av externt rotorresistans, s.k. pådrag, kan används för att förskjuta momentkurvan. När motorn kommit upp i varv kan lindningarna kortslutas manuellt eller med en vipparm för att spara kolen.
 - + Startmomentet kan ökas samtidigt som startströmmen minskar
 - Kräver släpringad motor med lindad rotor
- Start med frekvensriktare
 - En frekvensriktare kan användas för att smyga igång motorn med genom att sakta skruva upp frekvensen.
 - + Hög verkningsgrad och litet slitage på motorn.
 - Kräver förhållandevis dyr utrustning i form av frekvensriktare.
 - Frekvensriktaren kan introducera störande frekvenser i motorns lindningar.

Exempel på startsekvens vid Y/D-Start

- Vid Y-D Start så följs först den lägre momentkurvan.
- När motorn når arbetsvarvtalet för den lägre kurvan kopplas motorn om varpå momentet som fås följer den övre kurvan.
- I exemplet nedan så antas momentet hos lasten vara konstant oberoende av varvtal.

Exempel på startsekvens vid Y/D-Start



Varvtalsstyrning av Asynkronmaskinen

- Ändring av poltal
 - + Ändrar inte driftsegenskaperna
 - Kräver komplicerade rotorlindningar och konstant användning av släpringar.
- Ändring av eftersläpning s
 - + Förhållandevis enkelt att sänka spänningen med en vridtransformator så att momentkurvan skalas ned.
 - Stor eftersläpning ger stor $P_{Cu2} = \frac{s}{1-s} \cdot P_2$
- Ändring av nätfrekvensen
 - + Ger noggran och effektiv styrning som inte påverkar effektiviteten.
 - Kräver förhållandevis dyr utrustning i form av frekvensriktare.
 - Frekvensriktaren kan introducera störande frekvenser i motorns lindningar.

Beräkningsexempel 4.2

En kortsluten trefas asynkronmotor på 6 kW driver en fläkt. Vid 1425 rpm, som är motorns märkvarvtal, är fläktens vridmoment lika med motorns märkmoment. Man vill sänka motorns varvtal till 1350 rpm genom spänningsstyrning. Fläktens moment är proportionellt mot varvtalet i kvadrat. ($M_{\text{fläkt}} = k_{\text{Fan}} \cdot n^2$).

Beräkna

- a) Till vilket värde spänningen ska sänkas för att få $n_2 = 1350$ rpm. Normal nätspänning är 380 V.
- b) Hur stora blir förlusterna i rotorn vid 1425 rpm respektive 1350 rpm?

Beräkningsexempel 4.2, lösning

Lösning:

- a) $P_{2a} = 6 \text{ kW}$, $n_2 = 1425 \text{ rpm}$, $M_{\text{fläkt}} = M_{\text{ASM}}$ vid $n_2 = 1425 \text{ rpm}$, vilket ger

$$M_{\text{ASM}} = \frac{P_{2a}}{\omega_2} = \frac{6000 \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot 1425} = 40,2 \text{ Nm}$$

Vi har att $M_{\text{ASM}} = k \cdot U^2 \cdot s$ vilket ger två fall med olika U :

Fall I: $M_I = k \cdot U^2 \cdot s_I$, där $s_I = \frac{1500-1425}{1500} = 5\%$

Fall II: $M_{II} = k \cdot U_{II}^2 \cdot s_{II}$, där $s_{II} = \frac{1500-1350}{1500} = 10\%$

M_{II} fås ur $M_{\text{fläkt}} = k_{\text{Fan}} \cdot n^2$ vilket ger

$$k_{\text{Fan}} = \frac{40,2}{1425^2} = 19,8 \cdot 10^{-6} \implies$$

$$M_{II} = k_{\text{Fan}} \cdot 1350^2 = 36 \text{ Nm} \implies$$

$$U_{II} = U \cdot \sqrt{\frac{M_{II}}{M_I} \cdot \frac{s_I}{s_{II}}} = 284 \text{ V}$$

Beräkningsexempel 4.2, lösning

Lösning:

b) Rotorförluster $P_{F2} = P_{Cu2} = s \cdot \frac{P_{2a}}{1-s}$

Fall I: Vid märkspänning är $P_{2F,I} = s_I \cdot \frac{P_{2a,I}}{1-s_I} = \frac{0,05 \cdot 6000}{0,95} = 316 \text{ W}$

Fall II: Vid sänkt spänning är

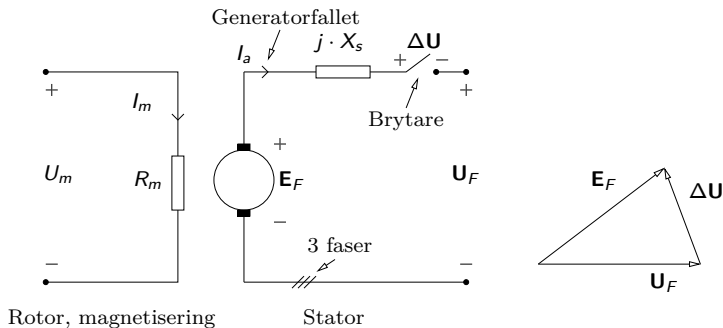
$$P_{2F,II} = s_{II} \cdot \frac{P_{2a,II}}{1-s_{II}} = \left/ P_{2a,II} = M_{II} \cdot \omega_{II} \right/ = \frac{0,1}{0,9} \cdot 36 \frac{2 \cdot \pi \cdot 1350}{60} = 565 \text{ W}$$

Förlusteffekten blir alltså nästan dubbelt så stor om man sänker spänningen till 284,3 V och det kan därför finnas risk för att motorn överhettas vid den här typen av varvtalsstyrning.

Synkronmaskinen, uppbyggnad

- En synkronmaskin är uppbyggd på samma sätt som en asynkronmaskin fast med likströmsmagnetiserad rotor.
- Rotorn som alltså har fix nord- och sydpol följer det roterande magnetfältet synkront.
- Fältstyrkan (strömmen) och varvtalet hos rotorn bestämmer storleken på den inducerade spänningen $E_F = k \cdot \omega_e \cdot I_m$.
- Vid ökad belastning släpar en synkronmaskin efter några grader och strömförbrukningen ökar.
- Vid överlast säger man att motorn *faller ur* och motorn tappar då helt synkroniseringen.

Synkronmaskinen, krettschema



Ekvivalent krettschema för synkrogeneratoren. Inkoppling till nätet sker när $\Delta \mathbf{U} = 0$. Längden på \mathbf{E}_F bestäms av varvtalet och magnetiseringsströmmen I_m enligt $E_F = k \cdot \omega_e \cdot I_m$.

Det är omöjligt att ansluta en stillastående generator till nätet eftersom kortslutningsströmmen som skulle flyta skulle förstöra generatoren. Den startmetod som tillämpas för synkrogeneratorer kallas infasning och omfattar fyra moment:

- 1 Uppkörning av generatoren till synkront varvtal med hjälp av aggregatets drivmotor, t ex vattenturbin i vattenkraftverk.
- 2 Spänningssättning av generator genom justering av magnetiseringsströmmen I_m så att generatoren får samma spänning som nätet.
- 3 Synkronisering. Varvtalet justeras så att nätet och generatoren får samma frekvens, dvs \mathbf{E}_F och \mathbf{U}_F roterar lika fort.
- 4 Infasning. Generatoren kopplas till nätet när generator- och nätspänning har samma fasläge, dvs \mathbf{E}_F och \mathbf{U}_F har samma fasvinkel.

De fyra villkoren som gäller för att ΔU skall vara noll för alla faser samtidigt och under en längre tid är

- 1 **Lika fasföljd** hos generator och nät.
- 2 Lika spänning hos generator och nät, dvs $\Delta U = 0$, kontrolleras med voltmeter.
- 3 **Lika frekvens** hos generator och nät, kontrolleras med två frekvensmetrar som är parallellkopplade med voltmetrarna.
- 4 **Lika fasläge** hos generatorspänning och nätspänning. Faslikheten kontrolleras med ett oscilloskop med två kanaler och två mätprober.

Fö 8 - TMEI01 Elkraftteknik Kraftelektronik

Per Öberg

11 februari 2013

1 Kraftelektronik

- Översikt

2 Likriktning

- Grunder
- Ostyrda kopplingar
 - Enfas
 - Flerfas
- Styrda kopplingar

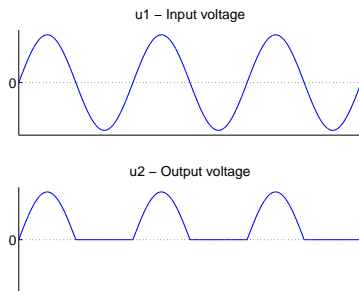
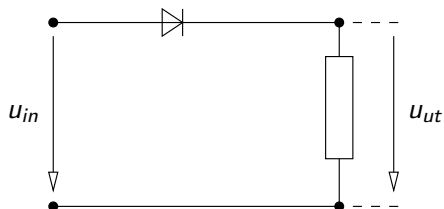
3 Växelriktning

- Används för att omvandla elektriska spänningar och strömmar
 - Tänk växellåda
- Bred flora av komponenter, gemensamt är förmågan att switcha och agera **strömventiler**

Exempel:

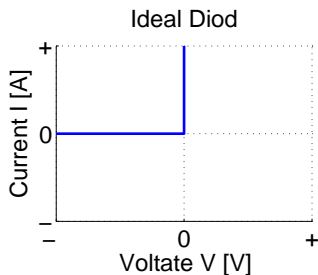
- Diod, Zenerdiod
 - IGBT / FET - Transistorer
 - Diac, Triac, Tyristor
 - Dubbelbasdiod
- Skillnaden mellan komponenterna är i princip möjligheten att styra dem
 - Olika tillämpningar
 - Likriktare - För att göra växelspänning till likspänning
 - Växelriktare - För att göra växelspänning av lik- eller växel-spänning

Enklaste fallet: **Enfas - Halvvågslikriktare** (Enpulskoppling)



Aktiv komponent: Diod

- Leder i framriktningen
- Spärrar i backriktningen



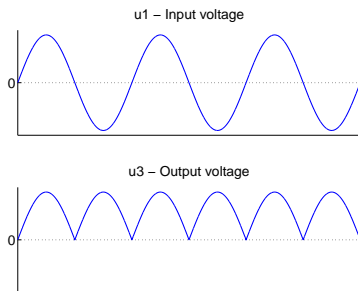
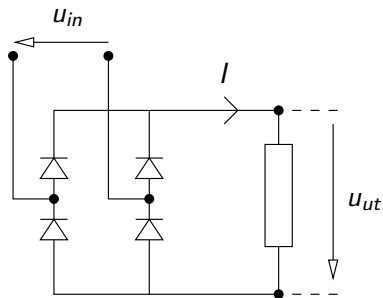
Olika mått på spänningens storlek

Exempel: Halvvågslikriktning

Storhet	Värde
Toppvärde	\hat{u}
Medelvärde	$U_L = \frac{\hat{u}}{\pi}$
Effektivvärde	$U = \frac{\hat{u}}{2}$

Effektivvärdet är intressant vid effekt-räkningar på resistiva laster där medeleffekten är intressant eftersom $p(t) = \frac{u^2(t)}{R}$. Medelvärdet är dock ofta intressantare för räkningar på t.ex. liksströmsmaskiner där medeleffekten är mindre intressant än medelspänningen.

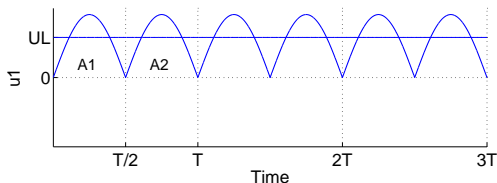
Steg 2 - Enfas - Fullvågslikriktare (Tvåpulsskoppling)



	Storhet	Halvvåg	Hel-/Full-våg
Toppvärde		\hat{u}	\hat{u}
Medelvärde		$U_L = \frac{\hat{u}}{\pi}$	$U_L = \frac{2\hat{u}}{\pi}$
Effektivvärde		$U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$	$U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$

Likriktat medelvärde, exempel

Beräkna likriktade medelvärdet av $u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega t)$



Helvåg:

$$\begin{aligned} U_L &= \frac{1}{T} \int_0^T u_1(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T |u(t)| dt = \frac{1}{T} \cdot \left\{ 2 \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} |u(t)| dt \right\} = \\ &= \frac{1}{T} \cdot \left\{ 2 \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} \hat{u} \sin(\omega t) dt \right\} = \\ &= \frac{2 \cdot \hat{u}}{T} \cdot \left[-\frac{\cos(\omega t)}{\omega} \right]_0^{\frac{T}{2}} = \frac{2 \cdot \hat{u}}{T} \cdot \left[-\frac{\cos(\pi)}{\omega} + \frac{\cos(0)}{\omega} \right] = \\ &= \frac{2 \cdot \hat{u}}{T} \cdot \left[-\frac{-1}{\omega} + \frac{1}{\omega} \right] = \frac{2 \cdot \hat{u}}{T} \cdot \frac{2}{\omega} = \frac{4 \cdot \hat{u}}{T \cdot \omega} \end{aligned}$$

Halvvåg: $A_2 = 0 \Rightarrow U_L = \frac{\hat{u}}{\pi}$

Euler-formler: sinus-samband från $e^{jx} = \cos x + j \cdot \sin x$

$$e^{jx} = \cos x + j \cdot \sin x$$

$$e^{-jx} = \cos -x + j \cdot \sin -x = \cos x - j \cdot \sin x$$

\implies

$$\sin x = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$$

$$\cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$$

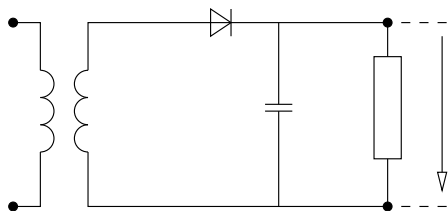
$$\sin^2 x = \left(\frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j} \right)^2 = \frac{e^{2jx} + e^{-2jx} - 2e^0}{-4} = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

Effektivvärde av sinus (RMS)

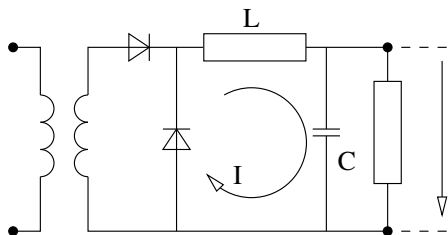
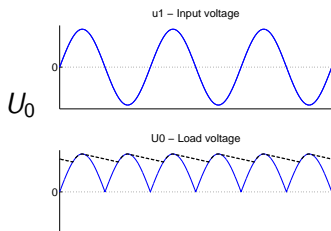
Beräkna **effektivvärdet** av $u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega t)$

$$\begin{aligned}U &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u(t)^2 dt} = \sqrt{\frac{\hat{u}^2}{T} \left(\int_0^{T/2} \sin^2(\omega t) dt + \int_{T/2}^T \sin^2(\omega t) dt \right)} = \\&= \sqrt{\frac{2\hat{u}^2}{T} \int_0^{T/2} \sin^2(\omega t) dt} = \sqrt{\frac{2\hat{u}^2}{T} \left[\frac{t}{2} - \frac{\sin(2\omega t)}{4\omega} \right]_0^{T/2}} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}\end{aligned}$$

Exempel på likriktare: Krets med kondensator + Spole



a) Glättning, kapacitansen laddas upp på *sinus-topparna* och driver sedan lasten.

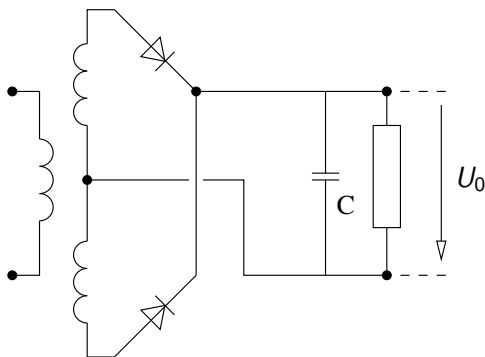


b) Drossel/Spole och frihjulsdiod

b) När spänningen från matnings-sinusen är hög så laddas drosseln upp med magnetfält samtidigt som kapacitansen laddas. När spänningen sedan sjunker så fortsätter drosseln ladda upp kondensatorn genom att istället dra strömmen genom frihjulsdioden.

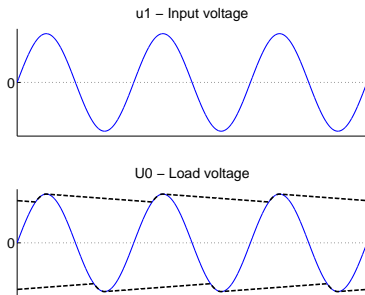
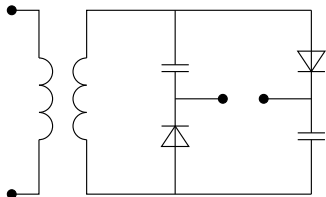
Exempel på likriktare: Mittpunktskoppling

Mittpunktskoppling



Mittpunktskoppling med halvågslikriktning ger $\pm U_0$ och 0.

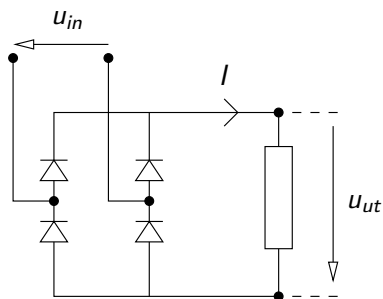
Exempel på likriktare: Spänningsdubblare



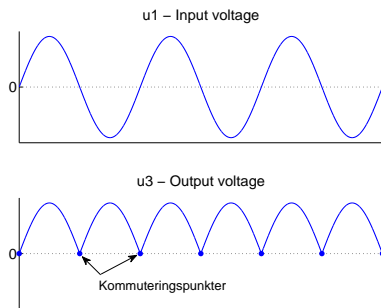
Vid envågs spänningsdubbling med glättnings-kapacitanser fås glättning på både positiv och negativ spänningskurva.

Likriktning, Kopplingar för flera faser

Betrakta tvåpuls-kopplingen



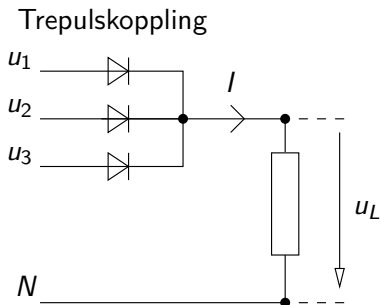
När spänningen passerar nollan så byts dioderna av så att de som förut spärrade leder o.s.v. Detta kallas **kommuteringspunkter**



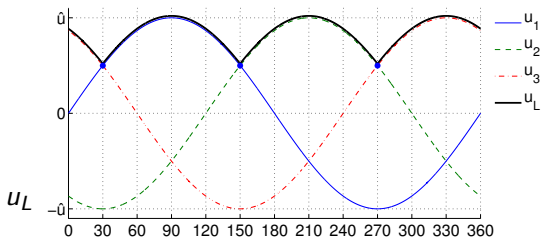
Kommuteringspunkter

Kommuteringspunkterna behöver inte alltid inträffa vid noll-genomgång.

Likriktning, Trepulskoppling



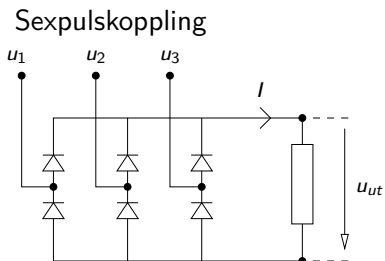
Den Diod som för tillfället känner högst spänning leder medan de andra spärrar. Kommuteringspunkterna blir 30° , 150° , 270° o.s.v.



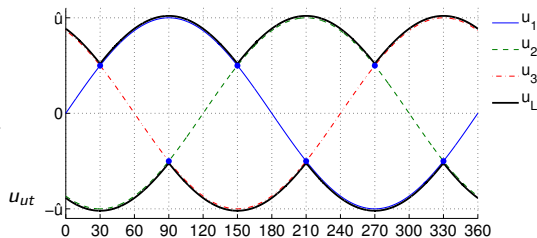
För trepulskopplingen fås likriktat medelvärde enligt nedan

Storhet	Värde
Toppvärde	$\hat{u} = \hat{u}_F$
Medelvärde	$U_L = \frac{3\sqrt{3} \cdot \hat{u}_F}{2 \cdot \pi} = \frac{3 \cdot \hat{u}_H}{2 \cdot \pi}$

Likriktning, Sexpulskoppling



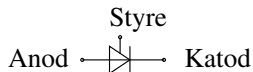
Dioderna leder parvis så att spänningen u_{ut} blir maximala skillnaden mellan de tre fasspänningarna. Kommuteringspunkterna blir 30° , 90° , 150° o.s.v.



För sexpulskopplingen fås likriktat medelvärde enligt nedan

Storhet	Värde
Toppvärde	$\hat{u} = \hat{u}_F$
Medelvärde	$U_L = \frac{3\sqrt{3} \cdot \hat{u}_F}{\pi} = \frac{3 \cdot \hat{u}_H}{\pi}$

Thyristor - Symbol



Thyristorn kan inta tre olika tillstånd

- Ledande, när ström flyter från anod till katod
- Spärrande, när en yttre spänning försöker driva ström baklänges, från katod till anod.
- Blockerande tillstånd, när en yttre spänning försöker driva ström från anod till katod, men ström i styret saknas.

Thyristor, funktion

En thyristor tänds med hjälp av en strömpuls på styret. När thyristorn väl börjat leda så fortsätter den av sig själv så länge strömmen genom thyristorn är större än den s.k. hållströmmen.

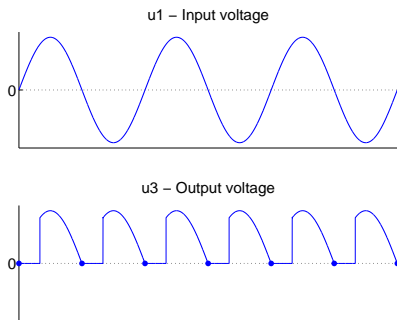
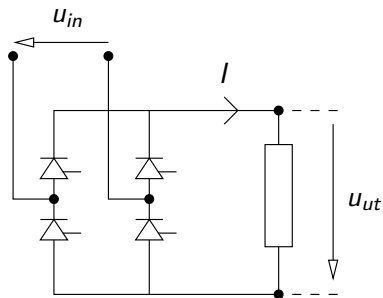
FET Transistor. Transistor med mycket hög isolation.

TRIAC Dubbelriktad tyristor kopplade till samma styre.

DIAC Dubbelriktad tyristordiod. Utan styre, spontantänder vid ca 20V

Dubbelbasdiod och **PUT** (Programmable Unijunction Transistor)

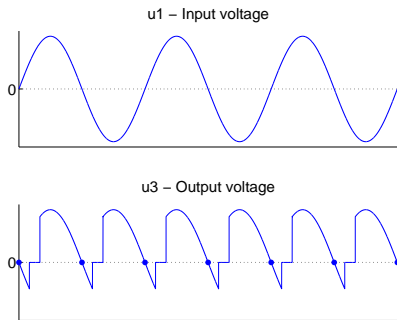
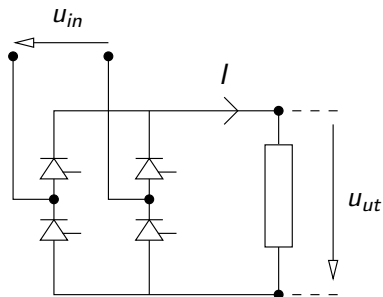
Helstyrd tvåpulskoppling



Tändvinkel $\alpha = 60^\circ$, resistiv last

Exempel på styrning: Tändvinkeln α för tyristorerna räknas från den **naturliga kommuteringspunkten**.

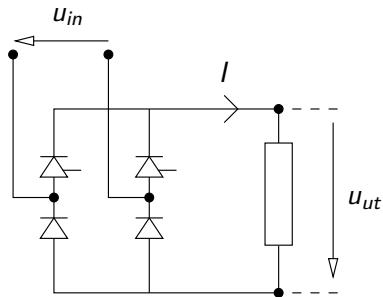
Helstyrd tvåpuls koppling - Induktiv last



Tändvinkel $\alpha = 60^\circ$, starkt
induktiv last

När matnings-spänningen över tyristorn växlar tecken fortsätter den induktiva lasten att dra ström och håller tyristorn öppna.

Halvstyrd tvåpulskoppling



- Billigare än helstyrd
- Används i princip alltid om inte syftet är att agera växelriktare.

Växelriktning, grunder

Errata - TMEI01 Elkraftteknik

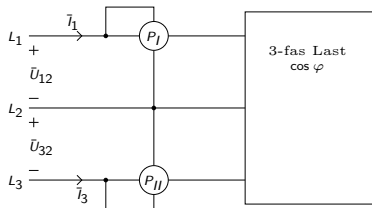
Tvåwattmetermetoden och Likströmsmaskin

Per Öberg

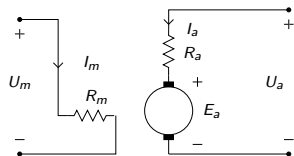
29 januari 2013

Mätning av effekt: Tvåwattmetermetoden

- $P_I + P_{II} = P_{3fas}$
- $P_{II} - P_I = \frac{Q_{3fas}}{\sqrt{3}}$
- $\tan(\varphi) = \frac{Q_{3fas}}{P_{3fas}} = \sqrt{3} \cdot \frac{P_{II} - P_I}{P_{II} + P_I}$
- **Överkurs:** Vid användning av tvåwattmeter-metoden kan ibland P_I eller P_{II} bli negativt. Alla wattmetrar kan inte hantera detta utan visar siffror utan tecken. Ibland måste därför tecknet på P_I eller P_{II} kastas om för att få rätt värden.



Separatmagnetiserad likströmsmotor



Kretsschema

$$U_a = E_a + I_a \cdot R_a$$

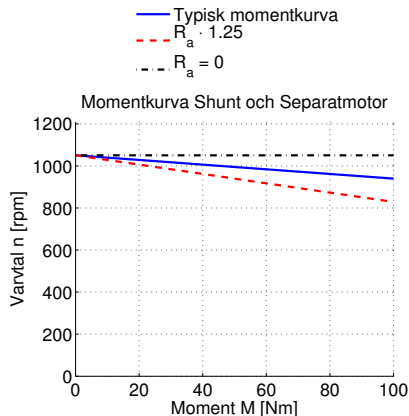
$$E_a = k_2 \cdot \Phi \cdot \omega = k_1 \cdot \Phi \cdot n$$

$$I_m = \frac{U_m}{R_m}$$

$$\Phi \approx k \cdot I_m$$

$$M = k_2 \cdot \Phi \cdot I_a$$

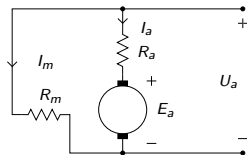
Driftsekvationer



Momentkurva

- $R_a = 0 \Rightarrow U_a = E_a \Rightarrow n = \text{konst.}$
- $R_a \neq 0 \Rightarrow E_a$ minskar med $M \Rightarrow n = \text{avtar med } M$

Shuntmagnetiserad likströmotor



Kretsschema

$$U_a = E_a + I_a \cdot R_a$$

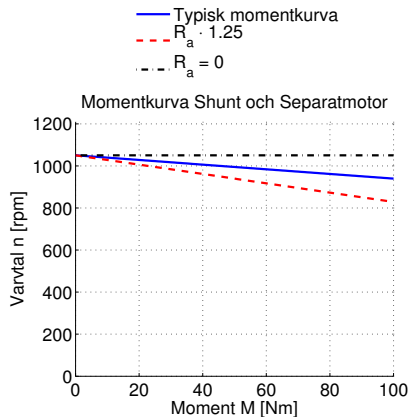
$$E_a = k_2 \cdot \Phi \cdot \omega = k_1 \cdot \Phi \cdot n$$

$$I_m = \frac{U_a}{R_m}$$

$$\Phi \approx k \cdot I_m$$

$$M = k_2 \cdot \Phi \cdot I_a$$

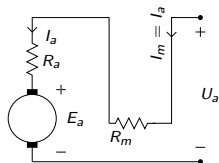
Driftsekvationer



Momentkurva

- $R_a = 0 \Rightarrow U_a = E_a \Rightarrow n = \text{konst.}$
- $R_a \neq 0 \Rightarrow E_a$ minskar med $M \Rightarrow n = \text{avtar med } M$

Seriemagnetiserad likströmsmotor



Krettschema

$$U_a = E_a + I_a \cdot (R_m + R_a)$$

$$E_a = k_2 \cdot \Phi \cdot \omega = k_1 \cdot \Phi \cdot n$$

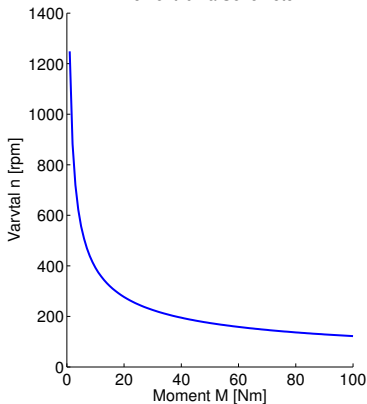
$$I_m = I_a$$

$$\Phi \approx k \cdot I_m = k \cdot I_a$$

$$M = k_2 \cdot \Phi \cdot I_a \approx k_2 \cdot k \cdot I_a^2$$

Driftsekvationer

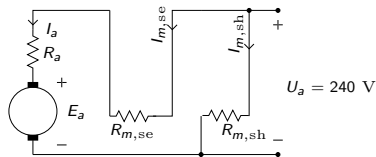
Momentkurva Seriemotor



Momentkurva

- $M \rightarrow 0 \Rightarrow \Phi \rightarrow 0 \Rightarrow n \rightarrow \infty$
- $n \rightarrow 0 \Rightarrow E_a \rightarrow 0 \Rightarrow I_a \rightarrow I_{a,\max} \Rightarrow M \rightarrow M_{\max}$

Kompoundmagnetiserad likströmsmotor (Överkurs)



Krettschema, Long-Shunt

$$U_a = E_a + I_a \cdot (R_{m,se} + R_a)$$

$$E_a = k_2 \cdot \Phi_{\text{Tot}} \cdot \omega = k_1 \cdot \Phi_{\text{Tot}} \cdot n$$

$$I_{m,se} = I_a$$

$$I_{m,sh} = \frac{U_a}{R_{m,sh}}$$

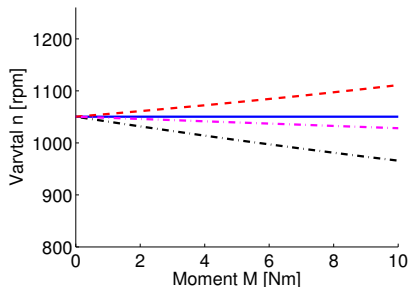
$$\Phi_{\text{Tot}} \approx k_{sh} \cdot I_{m,sh} + k_{se} \cdot I_a$$

$$M = k_2 \cdot \Phi_{\text{Tot}} \cdot I_a$$

Driftsekvationer

- Perfekt Motkompounderad
- - - Motkompounderad
- · · Medkompounderad
- · · Shunt

Momentkurva Kompoundmotor



Momentkurva

TMEI01 - Elkraftteknik

Lec 9

Per Öberg

19 februari 2013

Egenskaper hos Ledningsmaterial

Resistans

Koppår $R_{Cu} = \frac{\pi d}{\alpha} \Omega/km$

Aluminium $R_{Al} = \frac{\pi}{\alpha} \Omega/km$

Induktans

Vid ledarplacering i liksidig triangel fås

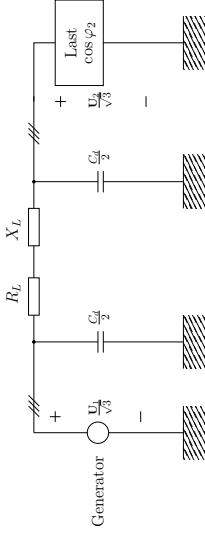
$$L = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \left(\frac{\mu_r}{4} + \ln \left(\frac{d}{r} \right) \right)$$

där $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$ är den magnetiska permeabiliteten i vakuum, μ_r är relativ permeabilitet, d är avstånd mellan ledarna och r är ledarnas radie. För normalt urfördä ledningar kan man anta

$X_L \approx 0,4 \Omega$ per km och fas

Modellering av ledare

Medellånga ledare modelleras enligt ett ekvivalent Π -schema där ledningskapacitansen har delats upp i två lika delar. För korta ledare tas endast induktans och resistans med.



Uppdelning av ledarlängder

$0 < l \leq 50$ km \Rightarrow Kort ledare

$50 < l \leq 200$ km \Rightarrow Medellång ledare

$200 < l$ km \Rightarrow Lång ledare

Spänningsfallsformeln uttryckt i effekt

$$U_1 = U_2 \sqrt{\left(1 + \frac{P_2 \cdot R_L + Q_2 \cdot X_L}{U_2^2}\right)^2 + \left(\frac{P_2 \cdot X_L - Q_2 \cdot R_L}{U_2^2}\right)^2}$$

Vid användning av den effektbaserade spänningsfallsformeln för medellånga ledare så används $Q_{2,70\%} = Q_2 + Q_{C,d}$ i formeln ovan. På så sätt kan fasförskjutningen som uppstår p.g.a. ledningskapacitansen härleas till lasten.