

# Elektriska drivsystem

## Föreläsning 3 - Elektromekaniska omvandlingsprinciper

Mattias Krysander

Institutionen för systemteknik  
Linköpings universitet  
matkr@isy.liu.se

2010-09-30

# Repetition

- ▶ Kunskap om magnetiska kretsar.
- ▶ Modellerat transformatorn som en ideal förlustfri transformator kopplade till impedanser som modellerar transformatorns förlusterna.
- ▶ Förlusterna modelleras som läckflöde, lindningsresistans och järnförlust.

Använda kunskapen om magnetiska kretsar och principen att separera en ideal energiomvandlingsprocess med dess förluster på elektromekaniska system.

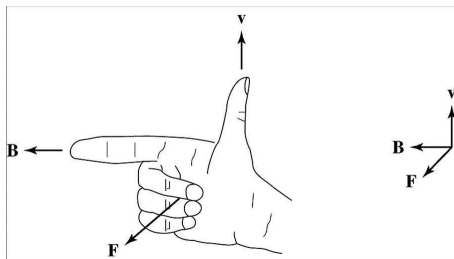
# Dagens föreläsning

1. Kraft och moment i magnetiska system
2. Energibalans
3. Energi i enkelexciterade magnetiska system
4. Kraft och moment från energibetraktelse
5. Kraft och moment från komplementenergibetraktelse
6. Multiexciterade magnetiska system
7. Kraft och moment i permanentmagnetiserade system

# Kraft och moment i magnetiska system

## Lorentz kraftlag

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$



Om  $\mathbf{E} = 0$ , strömstätheten  $\mathbf{J} = \rho \mathbf{v}$  där  $\rho$  är laddningstäthet,  $\mathbf{F}_v$  kraft/volymseenhet

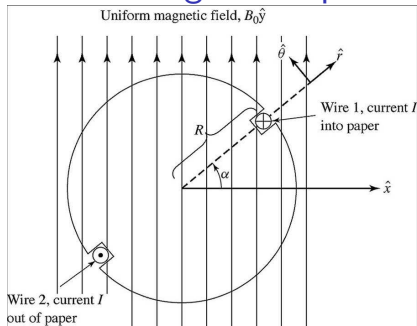
$$\mathbf{F}_v = \mathbf{J} \times \mathbf{B}$$

eller per längdelement  $ds$  utefter en ledare  $L$  med strömmen  $I$  som

$$d\mathbf{F} = I \frac{ds}{v} \mathbf{v} \times \mathbf{B} = I ds \times \mathbf{B}$$

Lorentz kraftlag fungerar bra när kraften överförs i en elektrisk ledare.

# Lorentz kraftlag - exempel



**Givet:**

- ▶  $I = 10\text{A}$
- ▶  $B_0 = 0.02\text{T}$
- ▶  $R = 0.05\text{m}$
- ▶  $L = 0.3\text{m}$

**Sökt:**  $T(\alpha)$ .

**Lösning:**

$$\mathbf{F}_1 = \int_{\text{Wire 1}} I d\mathbf{s} \times \mathbf{B} = ILB_0(-\hat{z} \times \hat{y}) = B_0 IL \hat{x}, \quad \hat{\theta} = -\hat{x} \sin \alpha + \hat{y} \cos \alpha$$

$$F_{\theta,1} = -B_0 IL \sin \alpha$$

$$F_{\theta,2} = -B_0 IL \sin \alpha$$

$$T(\alpha) = R(F_{\theta,1} + F_{\theta,2}) = -2B_0 IL R \sin \alpha = -0.006 \sin \alpha \text{ Nm}$$

Moment skapas som vill likrikta magnetfälten.

# Elektromekaniskt energiomvandlingsystem

I maskiner verkar kraften i det magnetiska materialet och Lorentz kraftlag är inte enkel att applicera.

Både rotorn och statorn skapar magnetfält där flödesriktningarna verkar för att bli parallella. Vinkelskillnaden genererar ett moment.

Vi ska kvantifiera momentet/kraften genom att använda principen om energins bevarande.

## — Energibalans —

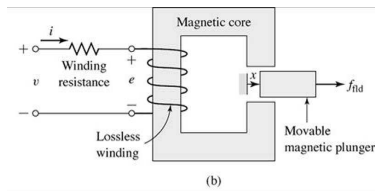
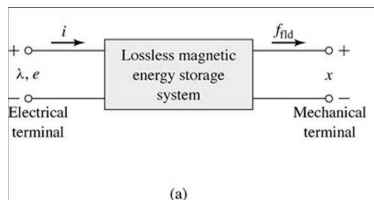


# Elektromekaniskt energiomvandlingsystem

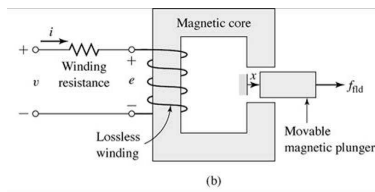
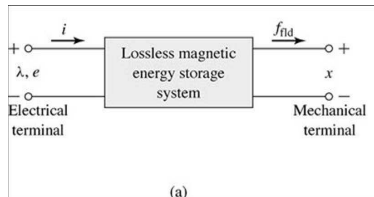
Vi antar att förlusterna inte beror på energilagrets storlek. Då kan ett elektromekaniskt energiomvandlingsystem beskrivas av ett förlustfritt (idealt) system med externa element som modellerar förlusterna (likhet med den ideala transformatorn).

$$W_{\text{elec}} = W_{\text{mech}} + W_{\text{fld}} + W_{\text{loss}}$$

Nu kommer vi betrakta det ideala systemet, dvs  $W_{\text{loss}} = 0$ .



# Elektromekaniskt energiomvandlingsystem



Låt  $W_{fld}$  beteckna den lagrade energin i magnetfältet.

$$\frac{dW_{fld}}{dt} = ei - f_{fld} \frac{dx}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad dW_{fld} = \underbrace{ei dt}_{=dW_{elec}} - \underbrace{f_{fld} dx}_{=dW_{mech}}$$

Differentialen av det elektriska arbetet kan också tecknas mha  $e dt = d\lambda$  som:

$$dW_{fld} = i d\lambda - f_{fld} dx$$

Ur detta kan  $f_{fld}$  beräknas som funktion av position  $x$ , strömmen  $i$  och det sammanlänkade flödet  $\lambda$ .

\_\_\_\_\_ Energi i enkeexciterade magnetiska \_\_\_\_\_  
system

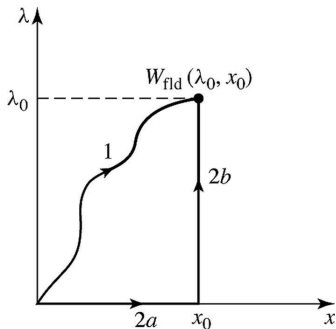
## Beräkning av den magnetiska energin

$$dW_{\text{fld}} = i d\lambda - f_{\text{fld}} dx$$

$W_{\text{fld}}$  är en potential av  $\lambda$  och  $x$ . Det betyder att

$$W_{\text{fld}}(\lambda_0, x_0) = \int_C dW_{\text{fld}}(\lambda, x)$$

där  $C$  är en godtyckligt vald integrationsväg mellan  $(\lambda, x) = (0, 0)$  och  $(\lambda, x) = (\lambda_0, x_0)$ .



# Beräkning av den magnetiska energin

$$dW_{\text{fld}} = i d\lambda - f_{\text{fld}} dx$$

$W_{\text{fld}}$  är en potential av  $\lambda$  och  $x$ . Det betyder att

$$W_{\text{fld}}(\lambda_0, x_0) = \int_{2a} dW_{\text{fld}} + \int_{2b} dW_{\text{fld}}$$

På väg 2a blir integranden

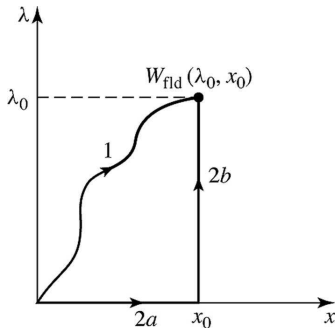
$$i \underbrace{d\lambda}_{=0} - \underbrace{f_{\text{fld}}}_{=0, \text{ ty } \lambda=0} dx = 0$$

På väg 2b blir integranden

$$i d\lambda - f_{\text{fld}} \underbrace{dx}_{=0} = i d\lambda$$

Detta ger

$$W_{\text{fld}}(\lambda_0, x_0) = \int_0^{\lambda_0} i(\lambda, x_0) d\lambda$$



## Magnetiska energin för linjära system

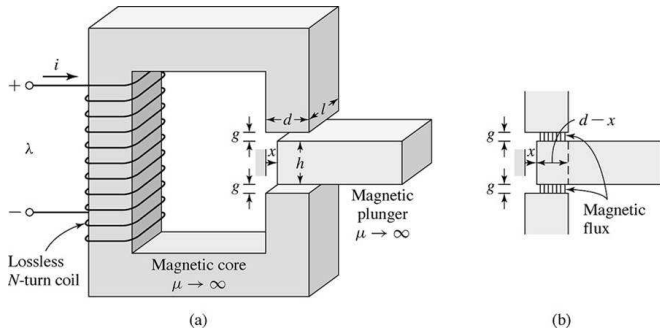
För linjära system gäller

$$\lambda = L(x)i$$

Exempel på linjära system är de där reluktansen domineras av luftgapets bidrag. Detta är ofta en god approximation för elmaskiner.

$$W_{\text{fld}}(\lambda, x) = \int_0^\lambda i(\lambda', x) d\lambda' = \int_0^\lambda \frac{\lambda'}{L(x)} d\lambda' = \frac{\lambda^2}{2L(x)} = \frac{1}{2}L(x)i^2$$

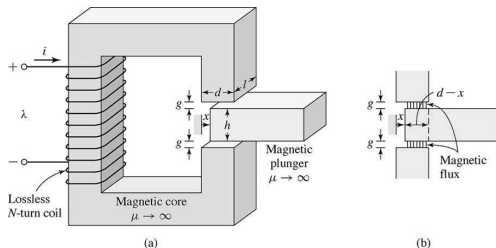
## Magnetisk energi - exempel



**Givet:**  $\mu \rightarrow \infty$ ,  $h \gg g$ ,  $N = 1000$  varv,  $g = 2$  mm,  $d = 0.15$  m,  $l = 0.1$  m och  $i = 10$  A.

**Sökt:** Energin  $W_{\text{fld}}(x)$  där  $0 < x < d$ .

# Magnetisk energi - exempel



**Lösning:** Systemet linjärt, dvs

$$W_{\text{fld}} = \frac{1}{2} L(x) i^2$$

där

$$L(x) = \frac{N^2}{\mathcal{R}_{\text{tot}}}, \quad \mathcal{R}_{\text{tot}} = \frac{2g}{\mu_0 A_{\text{gap}}}, \quad A_{\text{gap}} = (d-x)l = dl\left(1 - \frac{x}{d}\right)$$

Detta ger

$$W_{\text{fld}} = \frac{N^2 \mu_0 d l i^2}{4g} \left(1 - \frac{x}{d}\right) = 236 \left(1 - \frac{x}{d}\right) \text{ J}$$



## Generellt: Magnetiska energin uttryckt i fältstorheter

Det går att visa följande uttryck:

$$W_{\text{fld}} = \int_V \left( \int_0^B \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B}' \right) dV$$

Integralen skall integreras över den volym där det finns magnetfält. Magnetfälten kan beräknas med FEM-metoder.

För mjuka magnetiska material gäller

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$$

och energin kan då tecknas

$$W_{\text{fld}} = \int_V \frac{B^2}{2\mu} dV$$

— Kraft och moment från  
energibetraktelse —

## Kraft och moment från energibetraktelse

Antag att vi känner  $W_{\text{fld}}$  och vill beräkna kraften  $f_{\text{fld}}$ .

Differentialen kan skrivas

$$dW_{\text{fld}} = \left. \frac{\partial W_{\text{fld}}}{\partial \lambda} \right|_x d\lambda + \left. \frac{\partial W_{\text{fld}}}{\partial x} \right|_\lambda dx$$

Ekvationen sann för alla värden på  $d\lambda$  och  $dx$  och ger efter jämförelse med

$$dW_{\text{fld}} = i d\lambda - f_{\text{fld}} dx$$

att

$$i = \left. \frac{\partial W_{\text{fld}}}{\partial \lambda} \right|_x \qquad f_{\text{fld}} = - \left. \frac{\partial W_{\text{fld}}}{\partial x} \right|_\lambda$$

Vid roterande system isf translaterande system, ersätts  $x$  med  $\theta$  och  $f_{\text{fld}}$  mot momentet  $T_{\text{fld}}$  i formlerna.

## Kraft för linjära system

Sedan tidigare vet vi att

$$W_{\text{fld}} = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L(x)}$$

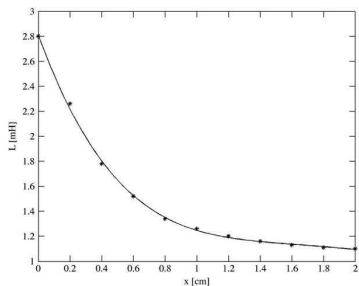
Sätter vi in det i uttrycket för kraft får vi

$$f_{\text{fld}} = - \left. \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L(x)} \right) \right|_{\lambda} = \frac{\lambda^2}{2L^2} \frac{dL}{dx}$$

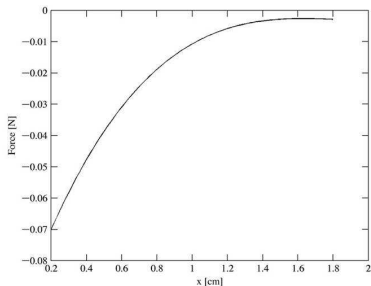
eller

$$f_{\text{fld}} = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{dx}$$

# Induktans vs kraft



(a)



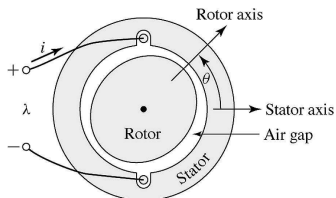
(b)

$$i = 0.75A$$

$$f_{\text{fld}} = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{dx}$$

Kraften drar in mot  $x = 0$  dvs  $L(x)$  maximeras liksom  $\lambda = L(x)i$  magnetflödet, medan reluktansen  $\mathcal{R}_{\text{tot}} = N^2/L$  minimeras.

# Moment som funktion av vinkel



**Givet:** Induktansen ges av

$$L(\theta) = L_0 + L_2 \cos(2\theta)$$

där  $L_0 = 10.6\text{mH}$ ,  $L_2 = 2.7\text{mH}$ .

Notera induktansens period.

Strömmen är  $i = 2\text{A}$ .

**Uppgift:** Beräkna moment som funktion av  $\theta$ .

**Lösning:**

$$T_{\text{fld}} = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{d\theta} = -i^2 L_2 \sin(2\theta)$$

Momentet driver  $\theta$  mot 0 eller  $\pi$ , dvs maximerar induktansen och minimerar reluktansen.

— Kraft och moment från  
komplementenergibetraktelse —

## Komplementenergi i enkelexciterade system

Det går att definiera en annan potential komplementenergin så att kraft/moment beskrivs direkt som funktion av strömmen.

Komplementenergin definieras som

$$W'_{\text{fld}}(i, x) = i\lambda - W_{\text{fld}}$$

$$\begin{aligned}dW'_{\text{fld}} &= \lambda di + i d\lambda - (i d\lambda - f_{\text{fld}} dx) \\ &= \lambda di + f_{\text{fld}} dx\end{aligned}$$

$$dW'_{\text{fld}} = \left. \frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial i} \right|_x di + \left. \frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial x} \right|_i dx$$

Identifiering ger

$$\lambda = \left. \frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial i} \right|_x \qquad f_{\text{fld}} = \left. \frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial x} \right|_i$$

som är de sökta sambanden.



## Beräkning av komplementenergin

Komplementenergin beräknas analogt med energin som

$$W'_{\text{fld}}(i, x) = \int_0^i \lambda(i', x) di'$$

För linjära system beskrivna av  $\lambda = L(x)i$  gäller att

$$W'_{\text{fld}}(i, x) = \int_0^i \lambda(i', x) di' = \frac{1}{2} L(x) i^2 (= W_{\text{fld}})$$

Kraften blir

$$f_{\text{fld}} = \left. \frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial x} \right|_i = \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} i^2$$

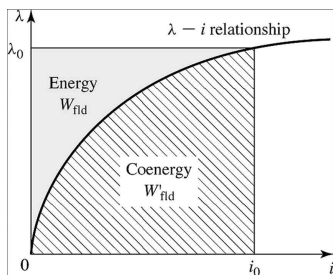
Då kretsmodellering ej tillräcklig, FEM för att beräkna magnetfältet samt använda

$$W'_{\text{fld}} = \int_V \left( \int_{H_c}^{H_0} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{H} \right) dV$$

där  $H_c$  är den koerciva kraften.

# Energi vs komplementenergi i enkelexciterade system

Anta att  $x$  är fix.



$$W'_{fld}(i, x) = \int_0^{i_0} \lambda(i, x) di$$

$$W_{fld}(i, x) = \int_0^{\lambda_0} i(\lambda, x) d\lambda$$

$$W_{fld} + W'_{fld} = \lambda_0 i_0$$

Detta betyder att om det råder ett linjärt samband mellan  $\lambda$  och  $i$  (och  $B$  och  $H$ ) så gäller att

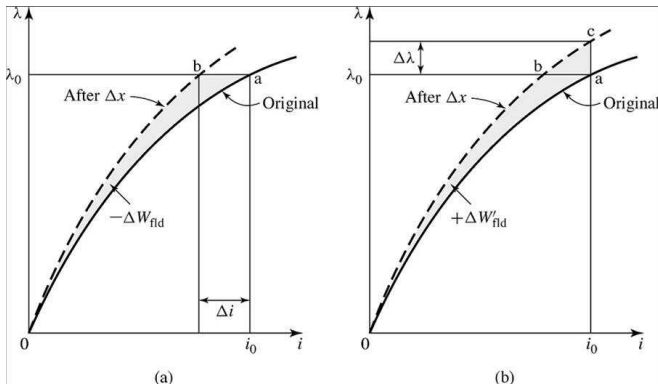
$$W_{fld} = W'_{fld}$$

# Kraftberäkning mha energi eller komplementenergi

Kraften blir förstås samma oavsett om man baserar den på energin eller komplementenergin

$$f_{\text{fld}} = - \left. \frac{\partial W_{\text{fld}}}{\partial x} \right|_{\lambda} \qquad f_{\text{fld}} = \left. \frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial x} \right|_i$$

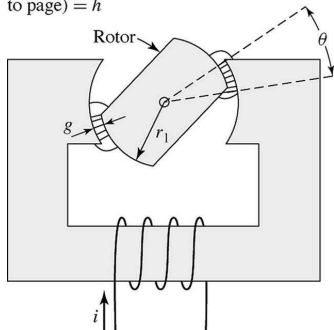
Energis och komplementenergins förändring map  $\Delta x$ .



De gråmarkerade areorna konvergerar då  $\Delta x \rightarrow 0$ .

# Moment genom reluktansvariation

Axial length (perpendicular to page) =  $h$



**Givet:** Geometri, ström,  $\mu \rightarrow \infty$ .

**Sökt:**

- Moment  $T$  som funktion av geometri och ström.
- Moment  $T$  som funktion av geometri och flödestätheten  $B$  i luftgapen.

**Lösning:**

$$T_{\text{fld}} = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{d\theta},$$

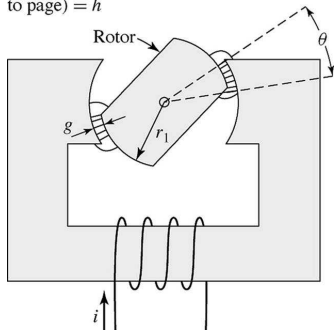
$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}_{\text{tot}}} = \frac{N^2 \mu_0 (r_1 + 0.5g) \theta h}{2g}$$

ger att

$$T_{\text{fld}} = \frac{N^2 i^2 \mu_0 (r_1 + 0.5g) h}{4g}$$

# Moment genom reluktansvariation

Axial length (perpendicular to page) =  $h$



**Givet:** Geometri, ström,  $\mu \rightarrow \infty$ .

**Sökt:**

- Moment  $T$  som funktion av geometri och ström.
- Moment  $T$  som funktion av geometri och flödestätheten  $B$  i luftgapen.

**Lösning:**

$$T_{\text{fld}} = \frac{N^2 i^2 \mu_0 (r_1 + 0.5g) h}{4g},$$

$$Ni = \frac{B}{\mu_0} 2g$$

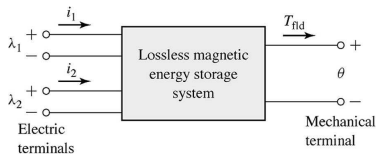
ger att

$$T_{\text{fld}} = \frac{B^2 g (r_1 + 0.5g) h}{\mu_0}$$

— Multiexciterade magnetiska system —

## Multexciterat elektromekaniskt system

Nu flera elektriska anslutning. Magnetisk energi, komplementenergi, krafter, moment kan härledas analogt med fallet för enkeltexciterade system.



Energidifferentialen är:

$$dW_{fld}(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - T_{fld} d\theta$$

Komplementenergi definieras av:

$$W'_{fld}(i_1, i_2, \theta) = \lambda_1 i_1 + \lambda_2 i_2 - W_{fld}$$

vilket leder till att komplementenergidifferentialen är

$$dW'_{fld}(i_1, i_2, \theta) = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + T_{fld} d\theta$$

Jag väljer här att härleda ett uttryck för komplementenergin och momentet

## Muliexciterat elektromekaniskt system - moment, komplementenergi

$$dW'_{\text{fld}}(i_1, i_2, \theta) = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + T_{\text{fld}} d\theta$$

Vi ser att momentet kan skrivas:

$$T_{\text{fld}} = \left. \frac{\partial W'_{\text{fld}}(i_1, i_2, \theta)}{\partial \theta} \right|_{i_1, i_2}$$

Återstår att teckna komplementenergin  $W'_{\text{fld}}$ . Välj att integrationsväg så att  $\theta : 0 \rightarrow \theta^0$  först. Då blir komplementenergin:

$$W'_{\text{fld}}(i_1^0, i_2^0, \theta^0) = \int_0^{i_2^0} \lambda_2(0, i_2, \theta^0) di_2 + \int_0^{i_1^0} \lambda_1(i_1, i_2^0, \theta^0) di_1$$



# Muliexciterat elektromekaniskt linjärt system

Linjärt gäller

$$\lambda_1 = L_{11}i_1 + L_{12}i_2$$

$$\lambda_2 = L_{12}i_1 + L_{22}i_2$$

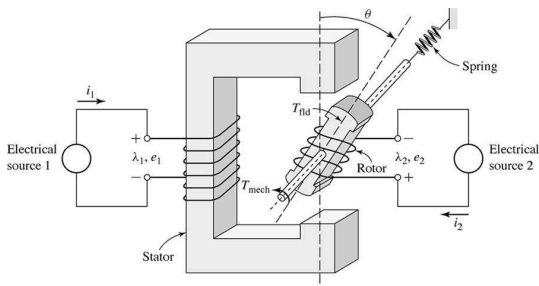
Sätt in i formeln för komplementenergin

$$\begin{aligned}W'_{\text{fld}}(i_1, i_2, \theta) &= \int_0^{i_2} \lambda_2(0, i'_2, \theta) di'_2 + \int_0^{i_1} \lambda_1(i'_1, i_2, \theta) di'_1 = \\&= \int_0^{i_2} L_{22}(\theta)i_2 di'_2 + \int_0^{i_1} L_{11}i'_1 + L_{12}i_2 di'_1 = \\&= \frac{i_2^2}{2}L_{22} + \frac{i_1^2}{2}L_{11} + i_1i_2L_{12}\end{aligned}$$

Sätt in i formeln för moment

$$T_{\text{fld}}(i_1, i_2, \theta) = \left. \frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial \theta} \right|_{i_1, i_2} = \frac{i_2^2}{2} \frac{dL_{22}}{d\theta} + \frac{i_1^2}{2} \frac{dL_{11}}{d\theta} + i_1i_2 \frac{dL_{12}}{d\theta}$$

# Muliexciterat elektromekaniskt system - exempel



**Givet:**

$$L_{11} = (3 + \cos 2\theta) \cdot 10^{-3} \text{ H} \quad L_{12} = 0.3 \cos \theta \text{ H}$$

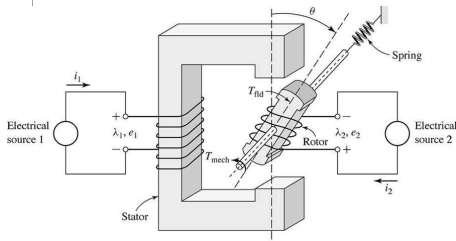
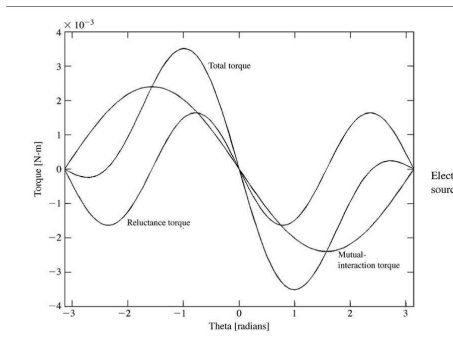
$$L_{22} = 30 + 10 \cos 2\theta \text{ H} \quad i_1 = 0.8 \text{ A} \quad i_2 = 0.01 \text{ A}$$

**Sökt:** Momentet  $T_{fld}(\theta)$ .

**Lösning:**

$$\begin{aligned} T_{fld}(\theta) &= \frac{i_1^2}{2} \frac{dL_{11}}{d\theta} + \frac{i_2^2}{2} \frac{dL_{22}}{d\theta} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\theta} = \\ &= -1.64 \cdot 10^{-3} \sin 2\theta - 2.4 \cdot 10^{-3} \sin \theta \end{aligned}$$

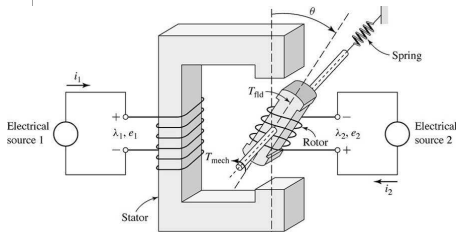
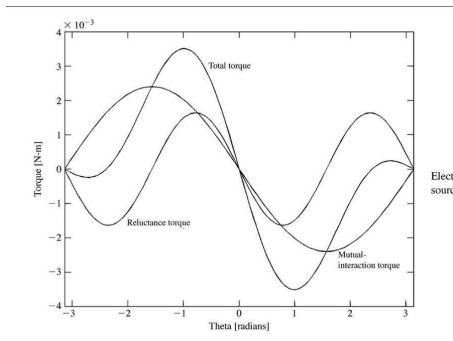
# Muliexciterat elektromekaniskt system - exempel



Moment som verkar för att likrikta magnetfälten (mutual interaction) eller maximera ömseinduktansen.

- ▶ Samma frekvens som den mekaniska frekvensen.
- ▶ Stabilt jämviktsläge då fälten är likriktade, dvs  $\theta = 0$ .
- ▶ Instabilt jämviktsläge då fälten är motriktade, dvs  $\theta = \pm\pi$ .
- ▶ Maximalt moment då fälten ortogonala, dvs  $\theta = \pm\pi/2$ .

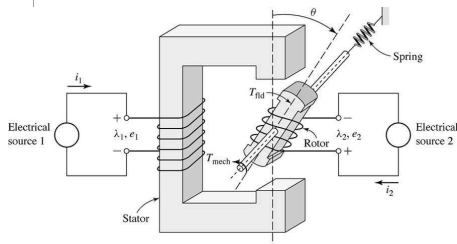
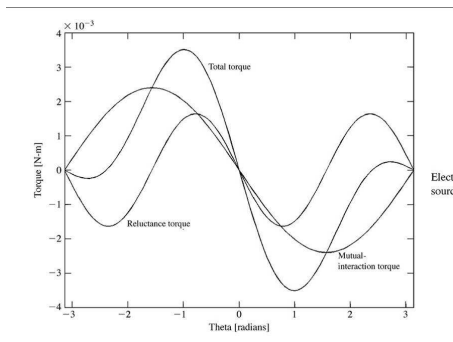
# Muliexciterat elektromekaniskt system - reluktansmoment



## Reluktansmoment

- ▶ Verkar för att maximera självinduktanserna. (minimera reluktansen)
- ▶ Dubbla mekaniska frekvensen.
- ▶ Stabilt jämviktsläge vid reluktansminimum, dvs  $\theta = 0, \pm\pi$ .
- ▶ Instabilt jämviktsläge vid reluktansmaximum, dvs  $\theta = \pm\pi/2$ .
- ▶ Maximalt moment då reluktansändringen är störst/radian  $\theta = \pi/4 + n\pi/2$ .

# Muliexciterat elektromekaniskt system - totala momentet



Totala momentet:

- ▶ Stabilt jämviktsläge i  $\theta = 0, \pm\pi$ . Notera att reluktansmomentet dominerar nära  $\theta = \pm\pi$  vilket gör stabiliserar jämviktpunkten trots nästan motriktade fält.
- ▶ Vid dominansskiftet mellan reluktansmomentet och momentet som genereras av icke-parallella fält finns en instabil jämviktpunkt.

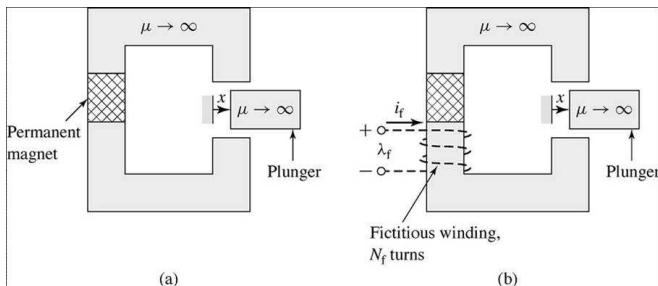
— Kraft och moment i  
permanentmagnetiserade system —

## Magnetisk krets med permanentmagnet

Tidigare har vi studerat kretsar med mjuka magnetiska material, här kommer vi studera kretsar med permanentmagneter.

Formlerna för energi/komplementenergi gäller inte i detta fall ty det finns magnetisk energi i kretsen när  $i = 0$  och det är storleken på den som vi ska härleda.

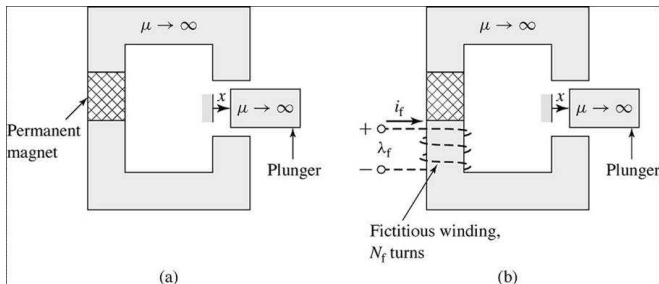
En generell ansats och en för linjära magnetiska material. I båda fallen ska vi återanvända till tidigare resultat genom att introducera en fiktiv lindning.



(a) magnetisk krets

(b) fiktiv lindning

# Beräkning av den magnetiska komplementenergin



Sedan tidigare vet vi att

$$dW'_{\text{fld}} = \lambda_f di_f + f_{\text{fld}} dx$$

Låt  $I_{f0}$  vara den ström som krävs för att den totala mmk ska bli 0. Då gäller

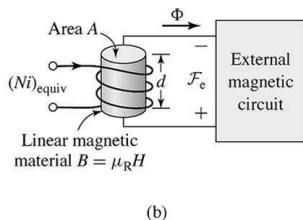
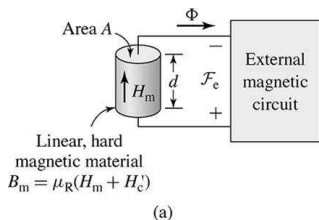
$$W'_{\text{fld}}(I_{f0}, x) = 0$$

Antag att vi vill vet komplementenergin i ( $i_f = 0, x$ ) så ges den av

$$W'_{\text{fld}}(0, x) = \int_0^0 \lambda_f(i_f, x) di_f$$



# Linjär permanentmagnet modellerad som mmf + reluktans

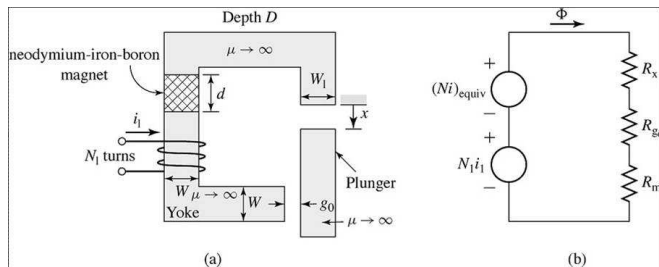


$$\begin{aligned} \mathcal{F}_e + H_m d &= 0 \\ \mathcal{F}_e + H d + (Ni)_{\text{equiv}} &= 0 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad (Ni)_{\text{equiv}} = H_m d - H d \quad (1)$$

$$\begin{aligned} B_m &= \mu_R(H_m + H'_c) \\ B &= \mu_R H \\ B &= B_m \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad H = H_m + H'_c$$

Sätt in i (1) så fås  $(Ni)_{\text{equiv}} = -H'_c d$ .

# Magnetisk krets med permanentmagnet - exempel



(a) magnetisk krets

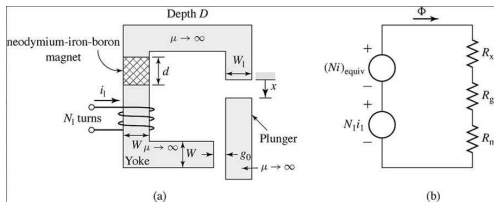
(b) ekvivalent krets

**Givet:**  $N_1 = 1500$ ,  $W = 4$  cm,  $W_1 = 4.5$  cm,  $D = 3.5$  cm,  $d = 8$  mm,  $g_0 = 1$  mm,  $\mu_R = 1.06\mu_0$ ,  $H'_c = -940$  kA/m.

**Sökt:**

- Kraften då  $i_1 = 0$  A och  $x = 3$  mm.
- Strömmen  $i_1$  för att släcka ut magnetflödet.

## Magnetisk krets med permanentmagnet - exempel



**Lösning:** Nu kan vi använda de vanliga formlerna för linjära system för att bestämma kraften. Eftersom  $i_1 = 0$  så gäller

$$f_{\text{fld}} = \left. \frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial x} \right|_{i_{\text{equiv}}} \quad \text{där} \quad W'_{\text{fld}} = \frac{1}{2} L i_{\text{equiv}}^2$$

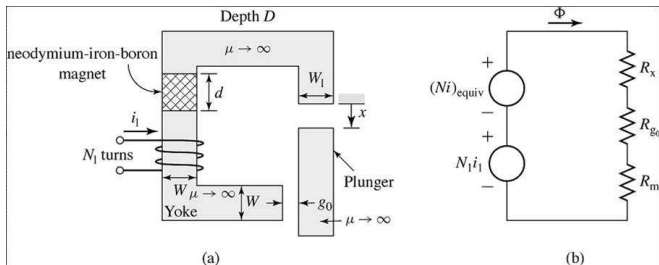
Induktansen kan bestämmas enligt

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}_{\text{tot}}}$$

vilket ger

$$W'_{\text{fld}} = \frac{1}{2} \frac{(Ni)_{\text{equiv}}^2}{\mathcal{R}_{\text{tot}}} \quad f_{\text{fld}} = -\frac{1}{2} \frac{(Ni)_{\text{equiv}}^2}{\mathcal{R}_{\text{tot}}^2} \frac{d\mathcal{R}_{\text{tot}}}{dx}$$

# Magnetisk krets med permanentmagnet - exempel



$$f_{fld} = -\frac{1}{2} \frac{(Ni)_{equiv}^2}{\mathcal{R}_{tot}^2} \frac{d\mathcal{R}_{tot}}{dx}$$

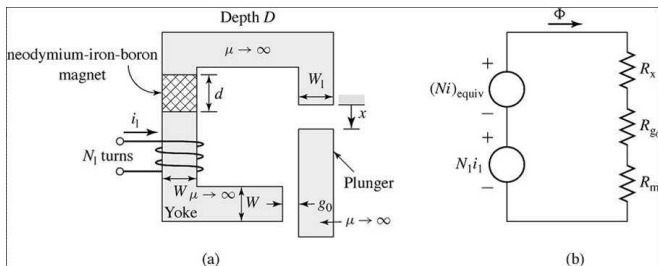
där

$$(Ni)_{equiv} = -H'_c d \quad \mathcal{R}_{tot} = \mathcal{R}_x + \mathcal{R}_{g_0} + \mathcal{R}_m$$

$$\mathcal{R}_x = \frac{x}{\mu_0 W_1 D} \quad \mathcal{R}_{g_0} = \frac{g_0}{\mu_0 W D} \quad \mathcal{R}_m = \frac{d}{\mu_R W D}$$

Numeriskt blir kraften  $f_{fld} = -703N$

# Magnetisk krets med permanentmagnet - exempel



(a) magnetisk krets

(b) ekvivalent krets

**Givet:**  $N_1 = 1500$   $d = 8$  mm,  $H'_c = -940$  kA/m.

**Sökt:**

b) Strömmen  $i_1$  för att släcka ut magnetflödet.

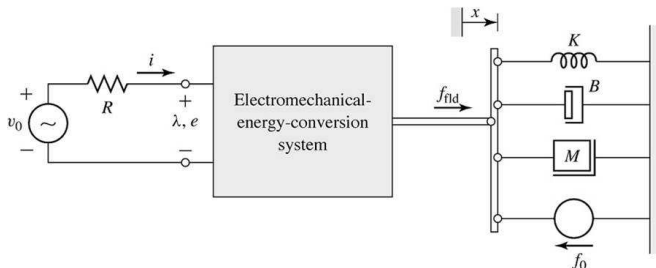
**Lösning:**

$$i_1 = \frac{(Ni)_{equiv}}{N_1} = \frac{-H'_c d}{N_1} = 5.01 \text{ A}$$

## — Sammanfattning —

# Modell av ett elektromekaniskt system

Förluster kan nu läggas till externt och differentialekvation härledas för det totala systemet.



## Att ta med sig från föreläsningen

Grundprinciper för elektromekanisk omvandling mellan ström och spänning till kraft och sträcka.

Bygger på separering av en ideal förlustfri omvandling plus externa element som modellerar förluster.

Beräkning av kraft/moment:

1. Teckna differentialen av energin/komplementenergin.
2. Identifiera kraft/moment-samband som en partialderivata.
3. Beräkna energi/komplementenergin genom integrering av differentialen.
4. Beräkna kraft/momentet mha energi/komplementenergin.

Samma tillvägagångssätt för enkel/multipel-exciterade system samt system med permanentmagneter.