

Fordonsdynamik med reglering

Jan Åslund
jaasl@isy.liu.se
Associate Professor

Dept. Electrical Engineering
Vehicular Systems
Linköping University
Sweden

Föreläsning 2

Longitudinell dynamik: Krafter

På föreläsning 1 gick jag igenom krafterna:

- Drivande/bromsande kraft från hjulen: F
- Rullmotstånd: R_r

Gravitationskraftens komponent i longitudinell riktning

$$R_g = W \sin \theta_s$$

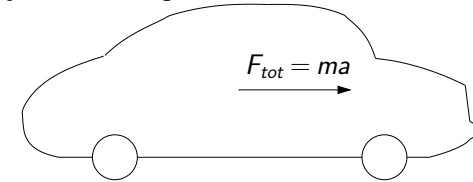
där $W = mg$ och θ_s är lutningen.

Jag kommer att använda konventionen att θ_s är positiv i uppförsbackar och negativ i nedförsbackar.

Läroboken antar att θ_s alltid är positiv och skriver $R_g = \pm W \sin \theta_s$.

Longitudinell dynamik

Modell med kraftjämvikt i longitudinell led



Longitudinella krafter som verkar på bilen:

- Drivande/bromsande kraft från hjulen: F
- Rullmotstånd: R_r
- Gravitationskraftens komponent i longitudinell led: R_g
- Luftmotstånd: R_a

Differentialekvation:

$$m \frac{dV}{dt} = F - R_r - R_g - R_a$$

Longitudinell dynamik: Luftmotstånd

Luftmotståndet ges av

$$R_a = \frac{\rho}{2} C_D A_f V_r^2$$

där

ρ : Luftens densitet.

C_D : Koefficient som beror av fordonets form.

A_f : Frontarean.

V_r : Fordonets hastighet relativt luften.

Om inget annat anges så antar vi att $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$

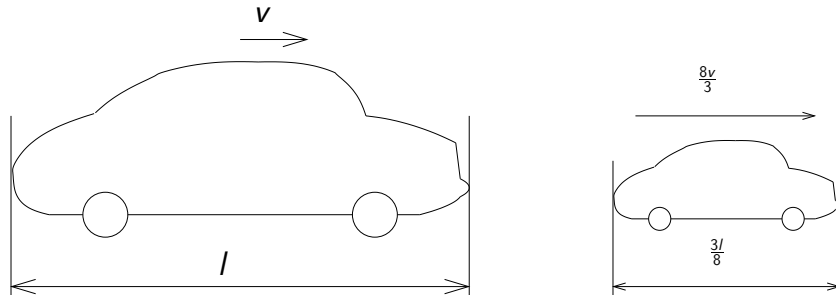
Empirisk formel för frontarean

$$A_f = 1.6 + 0.00056(m - 765)$$

I tabell 3.1 kan ni hitta frontarean A_f och koefficienten C_D för några bilmodeller.

Luftmotstånd: Vindtunnelförsök

För att få liknande flödesfält för en skalad modell som för fordonet så skall produkten av karakteristisk längd och hastighet vara samma



Andra faktorer som påverkar flödesfältet är

- Tunnelns tvärsnittsarea
- Underlagets hastighet relativt bilen

Lyftkraft

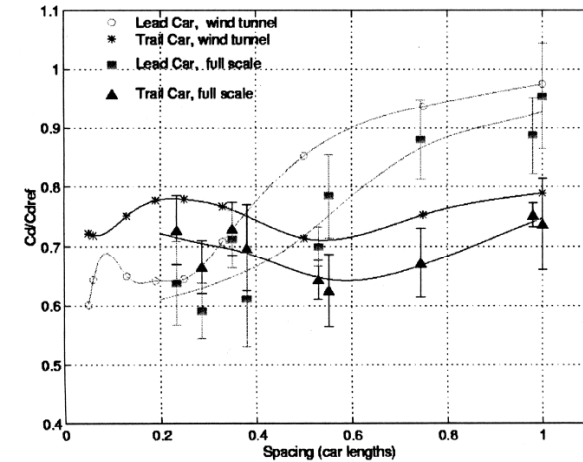
Luftflödet ger även upphov till en lyftkraft som man kan ta med i modellen

$$R_L = \frac{\rho}{2} C_L A_f V_r^2$$

där koefficienten C_L kan bestämmas i ett vindtunnelprov

Luftmotstånd

Figuren visar hur C_D för två lastbilar beror av avståndet mellan dem



Tillämpning: Masskattning

Antag att vi vill skatta massan m och att vi utgår från ekvationen

$$ma = F - R_r - R_g - R_a$$

För t.ex. en lastbil kan massan m variera mycket från fall till fall eftersom lasten ofta utgör en stor del av den totala massan.

Massan kan vara viktig att känna till t.ex. vid byte av växel eller reglering av gaspådrag.

Om vi kan mäta eller skatta allt utom m i ekvationen så kan t.ex. ett kalmanfilter användas för att skatta massan m .

Masskattning: Fall 1

Antag att vi mäter hjulets rotationshastighet och skattar hastigheten V .

Potentiella problem och svårigheter:

Vi skattar V , men accelerationen är inte känd.

Modeller för den framåtdrivande kraften F , rullmotståndet R_r och luftmotståndet R_a är ofta dåliga.

Lutningen θ_S och därmed kraften R_g är ofta helt okänd.

Longitudinell modell

Nu tar vi med även med momentet i modellen

Figur 3.1 visar alla krafter som verkar på bilen vid en acceleration.

För en stillastående bil på plan mark får vi

$$\begin{aligned}W_f + W_r &= W \\ W_f l_1 - W_r l_2 &= 0\end{aligned}$$

vilket ger normalkrafterna

$$\begin{aligned}W_f &= \frac{l_2}{L} W \\ W_r &= \frac{l_1}{L} W\end{aligned}$$

Masskattning: Fall 2

Antag att vi även har tillgång till signalen från en accelerometer som mäter accelerationen i longitudinell riktning.

Vilka fördelar ger detta?

Ekvationen för den longitudinella dynamiken kan skrivas om till

$$m(a + g \sin \theta) = F - R_r - R_a$$

där accelerometern mäter

$$a + g \sin \theta$$

Figur 3.1

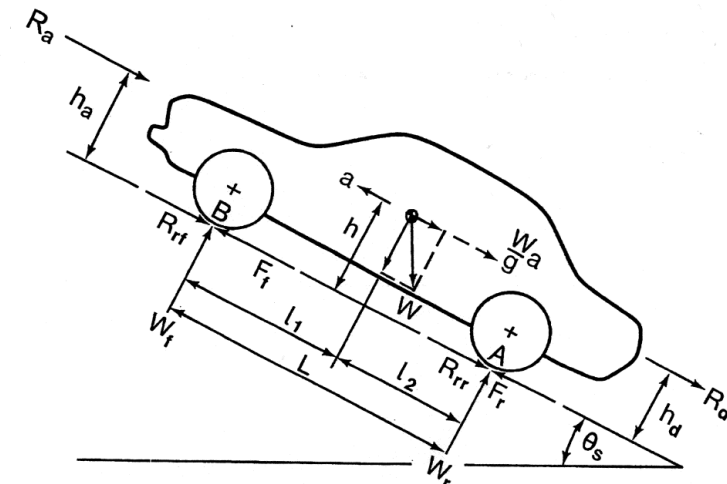


Fig. 3.1 Forces acting on a two-axle vehicle.

Longitudinell modell

Studerar nu det allmänna fallet.

Om vi antar att $h_a = h_d = h$ och väljer momentpunkter på höjden h ovanför punkterna A och B får vi ekvationerna

$$\begin{aligned} -Wl_2 + LW_f + h(F_f - R_{rf}) + h(F_r - R_{rr}) &= 0 \\ Wl_1 - LW_r + h(F_f - R_{rf}) + h(F_r - R_{rr}) &= 0 \end{aligned}$$

vilka direkt ger W_f och W_r :

$$W_f = \frac{l_2}{L}W - \frac{h}{L}(F - R_r)$$

och

$$W_r = \frac{l_1}{L}W + \frac{h}{L}(F - R_r)$$

Maximal acceleration

För en bakhjulsdriven bil får vi

$$F_{max} = \mu W_r + f_r W_r = (\mu + f_r) \left(\frac{l_1}{L}W + \frac{h}{L}(F_{max} - R_r) \right)$$

Lös ut F_{max}

$$F_{max} = \frac{(\mu + f_r)W(l_1 - f_r h)}{L - (\mu + f_r)h}$$

Använda att $R_r = f_r W$

För en framhjulsdriven bil får vi på samma sätt

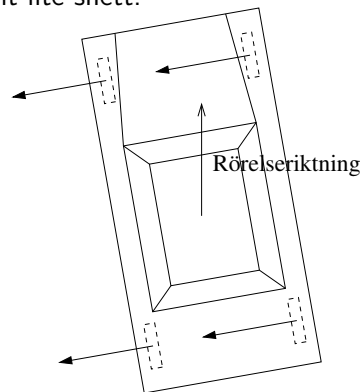
$$F_{max} = (\mu + f_r)W_f = (\mu + f_r) \left(\frac{l_2}{L}W - \frac{h}{L}(F_{max} - R_r) \right)$$

och

$$F_{max} = \frac{(\mu + f_r)W(l_2 + f_r h)}{L + (\mu + f_r)h}$$

Sidkrafter: Introduktion

En bil som har kommit lite snett:

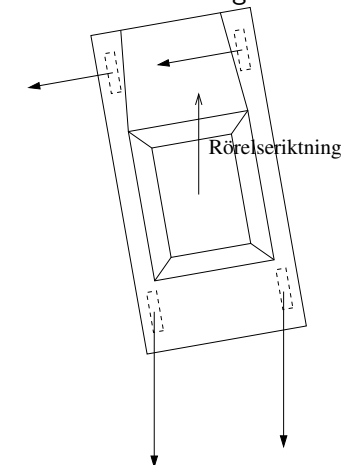


Vad vill framdäcken resp. bakdäcken?

- Framdäcken vill vrida bilen moturs (dåligt!?)
- Bakdäcken vill vrida bilen medurs (bra!?)

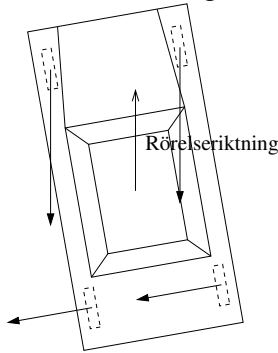
Sidkrafter: Introduktion

Bromsar med bakhjulen så att de låser sig:



Ger ett moment moturs runt tyngdpunkten och bilen vrider sig ännu mer från färdriktningen.

Bromsar med framhjulen så att de låser sig:



Ger ett moment medurs runt tyngdpunkten och bilen tenderar att vrida sig tillbaka mot färdriktningen.

Figur 3.47 visar krafterna vid en inbromsning.

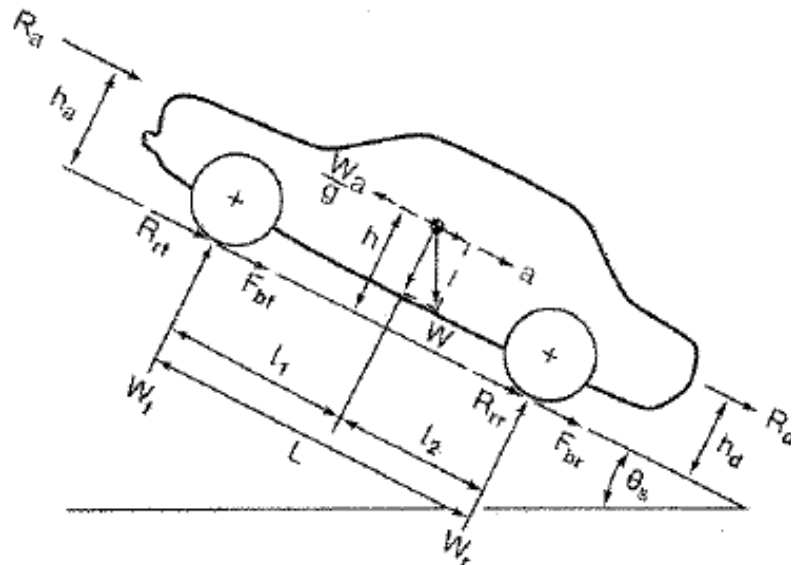
På samma sätt som tidigare får vi nu

$$W_f = \frac{1}{L}(Wl_2 + h(F_b + f_r W))$$

och

$$W_r = \frac{1}{L}(Wl_1 - h(F_b + f_r W))$$

Figur 3.47



Bromskraftfördelning

Hur ska fördelningen mellan bromskraften på fram- resp. bakhjulen vara för att de ska låsa sig samtidigt? I detta fall är den bromsande kraften F_b så stor som möjligt:

$$F_{bmax} = \mu W - f_r W$$

Då är bromskraften på framdäcken

$$F_{bfmax} = K_{bf} F_{bmax} = (\mu - f_r) W_f = \frac{(\mu - f_r) W (l_2 + h\mu)}{L}$$

och på bakdäcken

$$F_{brmax} = K_{br} F_{bmax} = (\mu - f_r) W_r = \frac{(\mu - f_r) W (l_1 - h\mu)}{L}$$

Förhållandet mellan krafterna är då

$$\frac{F_{bfmax}}{F_{brmax}} = \frac{K_{bf}}{K_{br}} = \frac{l_2 + h\mu}{l_1 - h\mu}$$

Bromskraftfördelning: Alternativ analys

Frågeställningen är nu: Givet en bromskraftfördelning, d.v.s. K_{bf} och K_{br} där $K_{bf} + K_{br} = 1$, vid vilken retardation a låser sig fram- resp. bakdäcken?

Tar nu bara hänsyn till bromskraft och rullmotstånd. Då får vi

$$F_b + f_r W = \frac{W}{g} a,$$

Börjar med att betrakta framhjulen. Normalkraften ges av

$$W_f = \frac{W}{L} \left(l_2 + \frac{a}{g} h \right),$$

Bromskraften på framhjulen är då

$$F_{bf} = K_{bf} F_b = K_{bf} W \left(\frac{a}{g} - f_r \right)$$

Alternativ analys: Sammanfattning

Givet en bromskraftfördelning

Framhjulen låser sig först om

$$\left(\frac{a}{g} \right)_f < \left(\frac{a}{g} \right)_r$$

Bakhjulen låser sig först om

$$\left(\frac{a}{g} \right)_r < \left(\frac{a}{g} \right)_f$$

där kvoterna ges av tidigare uttryck.

Alternativ analys

Framhjulen låser sig när

$$F_{bf} = \mu W_f - f_r W_f$$

Genom att substituera in sambanden ovan får vi

$$K_{bf} W \left(\frac{a}{g} - f_r \right) = \frac{(\mu - f_r) W}{L} \left(l_2 + \frac{a}{g} h \right)$$

Förhållandet mellan retardation a och gravitation g när framhjulen låser sig är

$$\left(\frac{a}{g} \right)_f = \frac{(\mu - f_r) l_2 / L + K_{bf} f_r}{K_{bf} - (\mu - f_r) h / L}$$

Med motsvarande analys för bakhjulen får vi:

$$\left(\frac{a}{g} \right)_r = \frac{(\mu - f_r) l_1 / L + K_{br} f_r}{K_{br} + (\mu - f_r) h / L}$$

Longitudinell reglering

Viktiga reglersystem

- CC Cruise Control
- ACC Adaptive Cruise Control
- CA Collision avoidance
- ABS Anti-Blockier-System

Reglering ACC

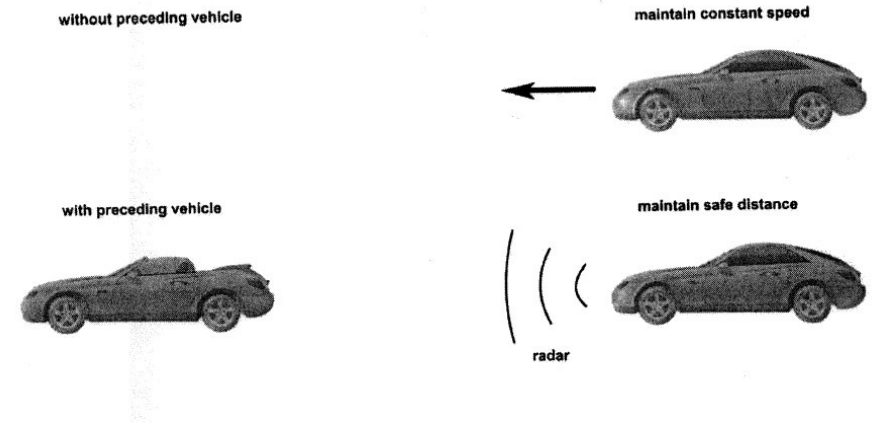
Använder radar eller annan sensor som mäter avståndet till fordonet framför.

Reglerar gaspådrag och broms

Tre olika moder

- Farthållare
- Hålla avstånd till fordon framför
- Bromsa för att undvika kollision

Reglering ACC

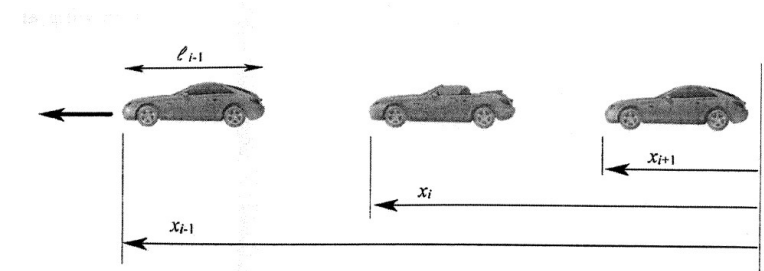


ACC Stabilitet

När reglermålet är att hålla ett givet avstånd till fordonet framför betraktar vi två sorters stabilitet

- **Individuell stabilitet:** Reglerfelet går mot noll om fordonet framför håller konstant hastighet
- **Karavanstabilitet:** Reglerfelet förstärks inte när det propagerar bakåt i en karavan där samtliga fordon använder samma reglermetod

ACC Stabilitet: Exempel



Betraktar en karavan med bilar där x_i , $i = 1, 2, \dots$ är bilarnas position.

Definierar

$$\delta_i = x_i - x_{i-1} + L_{des}$$

där L_{des} är önskat avstånd.

Enkel longitudinell modell

$$\ddot{x}_i = u_i$$

där u_i är insignal.

Antag att vi använder oss av följande regulator

$$u_i = -k_p \delta_i - k_v \dot{\delta}_i$$

Man kan visa att överföringsfunktionen för två på varandra följande reglerfel ges av

$$G(s) = \frac{\delta_i(s)}{\delta_{i-1}(s)} = \frac{k_v s + k_p}{s^2 + k_v s + k_p}$$

Förstärkning blir då

$$|G(i\omega)| = \sqrt{\frac{k_p^2 + k_v^2 \omega^2}{(k_p - \omega^2)^2 + k_v^2 \omega^2}}$$

Det är enkelt att visa att $|G(i\omega)| > 1$ för $\omega < \sqrt{2k_p}$, vilket medför att vi inte har karavanstabilitet

Källa: *Vehicle Dynamics and Control*, Rajesh Rajamani