

Fordonsdynamik med reglering

Jan Åslund  
 jaasl@isy.liu.se  
 Associate Professor

Dept. Electrical Engineering  
 Vehicular Systems  
 Linköping University  
 Sweden

Föreläsning 3

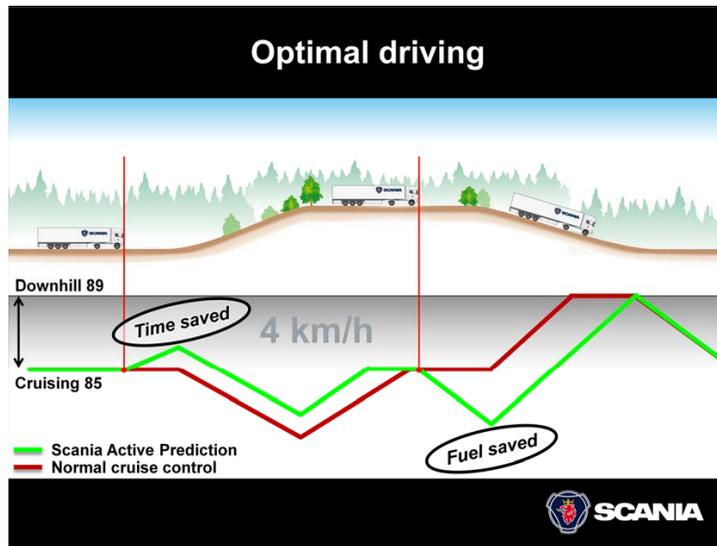
*“RunSmart Predictive Cruise: How it Works*

*Unlike standard cruise control, where the truck tries to maintain a set speed regardless of the terrain ahead, RunSmart Predictive Cruise looks up to one mile ahead of the truck’s location and anticipates road grades by using GPS and 3D digital map technology. The system adjusts the actual speed of the truck for maximum fuel efficiency based on the terrain while staying within 6 percent of the set speed.”*

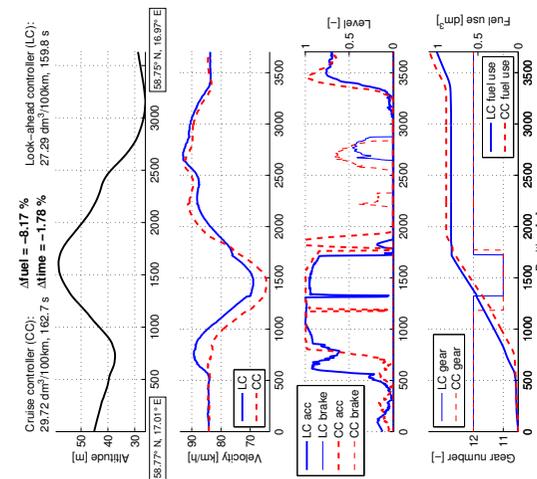
Pressmeddelande från Freightliner 19 mars 2009

Longitudinell reglering: Scantias farthållare

Minimera bränsleförbrukning



Jämförelse med Scantias vanliga farthållare



## Longitudinell reglering

### Viktiga reglersystem

- CC Cruise Control
- ACC Adaptive Cruise Control
- CA Collision avoidance
- ABS Anti-Blockier-System

## Reglering ACC

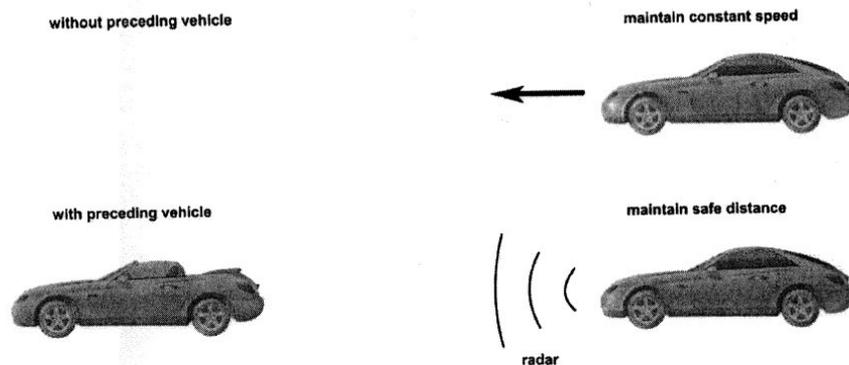
Använder radar eller annan sensor som mäter avståndet till fordonet framför.

Reglerar gaspådrag och broms

Tre olika moder

- Farthållare
- Hålla avstånd till fordon framför
- Bromsa för att undvika kollision

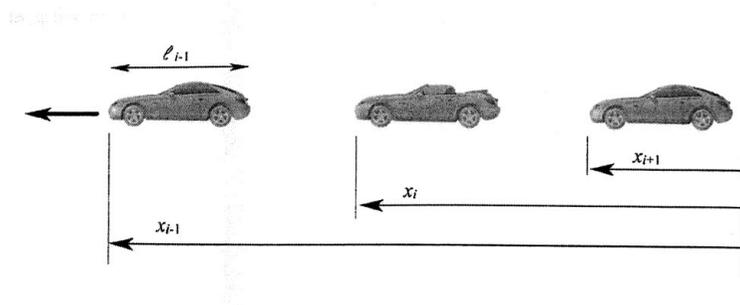
## Reglering ACC



## ACC Stabilitet

När reglermålet är att hålla ett givet avstånd till fordonet framför betraktar vi två sorters stabilitet

- **Individuell stabilitet:** Reglerfelet går mot noll om fordonet framför håller konstant hastighet
- **Karavanstabilitet:** Reglerfelet förstärks inte när det propagerar bakåt i en karavan där samtliga fordon använder samma reglermetod



Betraktar en karavan med bilar där  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$  är bilarnas position.

Definierar

$$\delta_i = x_i - x_{i-1} + L_{des}$$

där  $L_{des}$  är önskat avstånd.

Enkel longitudinell modell

$$\ddot{x}_i = u_i$$

där  $u_i$  är insignal.

Antag att vi använder oss av följande regulator

$$u_i = -k_p \delta_i - k_v \dot{\delta}_i$$

Man kan visa att överföringsfunktionen för två på varandra följande reglerfel ges av

$$G(s) = \frac{\delta_i(s)}{\delta_{i-1}(s)} = \frac{k_v s + k_p}{s^2 + k_v s + k_p}$$

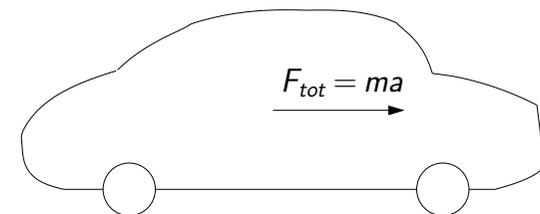
Förstärkning blir då

$$|G(i\omega)| = \sqrt{\frac{k_p^2 + k_v^2 \omega^2}{(k_p - \omega^2)^2 + k_v^2 \omega^2}}$$

Det är enkelt att visa att  $|G(i\omega)| > 1$  för  $\omega < \sqrt{2k_p}$ , vilket medför att vi inte har karavanstabilitet

Källa: *Vehicle Dynamics and Control*, Rajesh Rajamani

Första modellen som vi studerade:



Differentialekvation för longitudinell rörelse:

$$m \frac{dV}{dt} = F - R_r - R_g - R_a$$

I föregående fall, och många andra fall, är det naturligt att använda rumskoordinater eftersom  $R_g$  är en funktion av positionen.

Vänsterledet i differentialekvationen kan då skrivas:

$$m \frac{dv}{dt} = m \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = mv \frac{dv}{dx} = \frac{m}{2} \frac{d(v^2)}{dx} = \frac{d(mv^2/2)}{dx}$$

och vi får

$$\frac{m}{2} \frac{d(v^2)}{dx} = F - R_r - R_g - R_a$$

Termerna i högerledet beror nu av  $x$  och  $v^2$ .

Observera att i de modeller som vi har använt tidigare för  $R_r$  och  $R_a$  ingår  $v^2$  linjärt i uttrycken.

## Bromssträcka

Givet en hastighet  $V$  vill vi bestämma bromssträckan  $S$ .

Enligt tidigare har vi differentialekvationen

$$\frac{m}{2} \frac{d(v^2)}{dx} = -F_b - R_r - R_g - R_a$$

Studerar först några intressanta specialfall

Första fallet: Försummar alla krafter utom  $F_b$ . Då gäller att

$$\frac{m}{2} d(v^2) = -F_b dx$$

Integrerar

$$\int_{V^2}^0 \frac{m}{2} d(v^2) = - \int_0^S F_b dx$$

Sambandet ovan ger att

$$d(mv^2/2) = (F - R_r - R_a) dx - mg dh$$

där

- $d(mv^2/2)$  förändring i rörelseenergi
- $(F - R_r - R_a) dx$  utträttat arbete
- $mg dh = mg \sin \theta_s dx$  förändring i potentiell energi

## Bromssträcka: Första fallet

Vi får sambandet

$$\frac{mV^2}{2} = F_b S$$

d.v.s.

Initial rörelseenergi = Bromssträcka  $\times$  Bromskraft

och alltså

$$S = \frac{mV^2}{2F_b}$$

## Bromssträcka: Andra Fallet

Lägger nu till kraften som beror av gravitationen med en konstant lutning

$$\int_{V^2}^0 \frac{m}{2} d(v^2) = - \int_0^S (F_b + mg \sin \theta_s) dx$$

och får sambandet

$$\frac{mV^2}{2} = F_b S + mg \sin \theta_s S$$

d.v.s.

$$\begin{aligned} \text{Initial rörelseenergi} &= \text{Bromssträcka} \times \text{Bromskraft} \\ &+ \text{Skillnaden i potentiell energi} \end{aligned}$$

och under vissa restriktioner (?) gäller alltså att

$$S = \frac{mV^2/2}{F_b + mg \sin \theta_s}$$

## Bromssträcka: Allmänna fallet

$$\frac{m}{2} \frac{d(v^2)}{dx} = -F_b - mg \sin \theta_s - f_r mg \cos \theta_s - C_{ae} v^2$$

Differentialekvationen är separabel och vi får

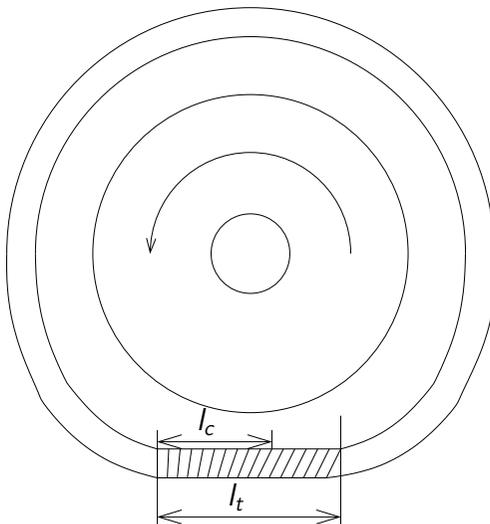
$$\frac{m}{2} \int_{V^2}^0 \frac{d(v^2)}{F_b + mg \sin \theta_s + f_r mg \cos \theta_s + C_{ae} v^2} = - \int_0^S dx$$

och

$$\begin{aligned} S &= \frac{m}{2C_{ae}} \log \left( \frac{F_b + mg \sin \theta_s + f_r mg \cos \theta_s + C_{ae} V^2}{F_b + mg \sin \theta_s + f_r mg \cos \theta_s} \right) \\ &= \frac{m}{2C_{ae}} \log \left( 1 + \frac{C_{ae} V^2}{F_b + mg \sin \theta_s + f_r mg \cos \theta_s} \right) \\ &\left( \rightarrow \frac{mV^2/2}{F_b + mg \sin \theta_s + f_r mg \cos \theta_s}, \text{ då } C_{ae} \rightarrow 0 \right) \end{aligned}$$

## Däckmodeller: Borstmodellen

På första föreläsningen gick jag igenom borstmodellen för drivande och bromsande däck



## Däckmodeller: Parabelformat normaltryck

Då antog vi att normaltrycket är konstant i kontaktytan.

Enligt figur 1.15 verkar en parabelformat tryckfördelning mer realistisk, d.v.s.

$$\frac{dF_z}{dx} = C_x(l_t - x)$$

Som tidigare antar vi att

$$\frac{dF_x}{dx} = k_t \cdot i \cdot x$$

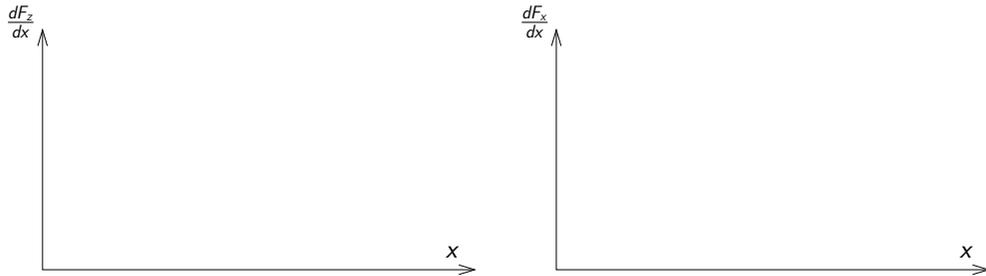
och

$$\frac{dF_x}{dx} \leq \mu_p \frac{dF_z}{dx}$$

i vilozonen

## Däckmodeller: Parabelformad tryckfördelning

Normalkraft och longitudinell kraft per längdenhet:



Den longitudinella kraften  $F_x$  ges av arean under kurvorna.

## Däckmodeller: Vilo- och glidfriktion

Figur 1.16 visar den longitudinella kraften som funktion av slippet.

Kvalitativt utseende: Först ökar kraften till ett maximum för att sedan avta.

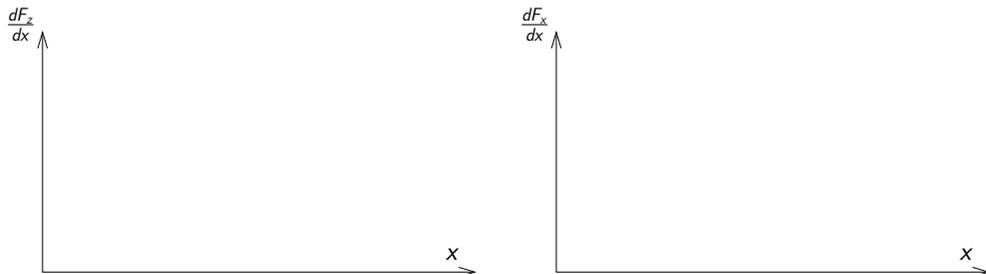
Observera att de två modeller som tidigare har presenterats inte uppvisar detta beteende.

Om vi skiljer på vilofriktion  $\mu_p$  och glidfriktion  $\mu_s$  kan vi få en modell med liknande beteende.

Antag till att börja med att normaltrycket är konstant i kontaktytan.

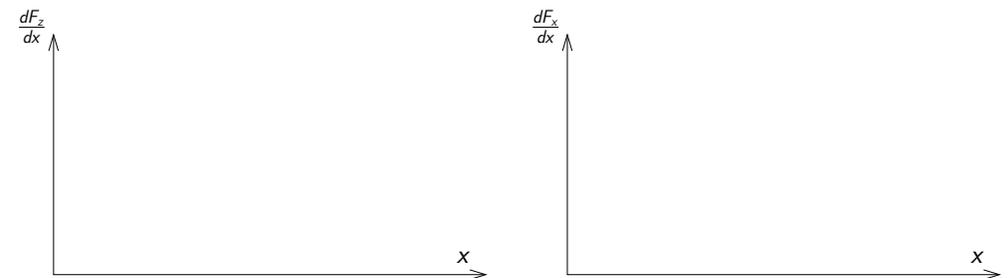
## Däckmodeller: Vilo- och glidfriktion

Normalkraft och longitudinell kraft per längdenhet:



## Däckmodeller: Kombinerad modell

Det går att kombinera parabelformad tryckfördelning med en modell med olika friktionskoefficienter i vilo- och glidzonen.



## Friktionskoefficienten $\mu$

I de modeller som vi har studerat har vi antagit att friktionskoefficienten  $\mu$  är känd. I praktiken så beror den givetvis på både underlag och däck. Vi ska studera några metoder för att skatta friktionskoefficienten när det longitudinella slippet  $i$  är litet.

Metoderna bygger på den linjära approximationen

$$\frac{F_x}{W} = K(\mu) \cdot i$$

där lutningen  $K$  antas bero av friktionskoefficienten  $\mu$ . Kan vi först bestämma  $K$  så kan vi sedan bestämma  $\mu$ .

För att skatta  $K$  vill vi först bestämma följande

- Longitudinell kraft  $F_x$
- Normalkraft  $W$
- Longitudinellt slipp  $i$

## Friktion: Normalkraft $W$

Normalkraften ges som tidigare av

$$W_f = \frac{l_2}{L} mg - \frac{h}{L} (R_a + m(a + g \sin \theta_s))$$

$$W_r = \frac{l_1}{L} mg + \frac{h}{L} (R_a + m(a + g \sin \theta_s))$$

## Friktion: Longitudinell kraft $F_x$

Antag att bilen är utrustad med en accelerometer

Den longitudinella rörelsen beskrivs av följande differentialekvation:

$$ma = F_x - R_a - R_r - R_g$$

vilket ger följande uttryck för den longitudinella kraften:

$$F_x = m(a + g \sin \theta_s) + R_a + R_r$$

där

- $m$  är skattad massa
- $a + g \sin \theta_s$  ges av accelerometern
- $R_a$  och  $R_r$  ges av modeller

## Friktion: Longitudinellt slipp $i$

Antag att bilen är framhjulsdriven

För bakhjulen gäller då att

$$i_r = 1 - \frac{V_x}{\omega_r r_r} = 0$$

Moderna bilar har ofta bra sensorer för att mäta  $\omega$  eftersom ABS-systemet behöver den informationen.

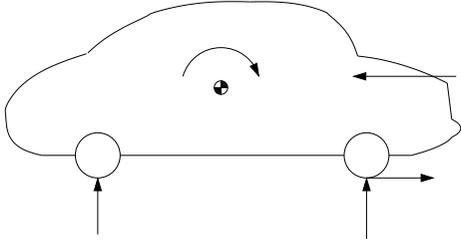
Sensorerna bak kan därför användas för att beräkna  $V_x$  och sedan kan sensorerna fram användas för att mäta  $\omega_f$  och sedan beräkna slippet fram

$$i_f = 1 - \frac{V_x}{\omega_f r_f}$$

Nu är longitudinell kraft, normalkraft och slipp för framdäcken kända och vi kan använda dessa för att skatta  $K$  och sedan beräkna  $\mu$ .

## Tillbakablick: Bromskraftsfördelning

För att fördela bromskraften mellan fram- och bakdäcken så att maximal bromsverkan uppnås så tog vi med även momentjämvikt runt tyngdpunkten.



## Electronic Brake-force Distribution

Från föreläsning 2:

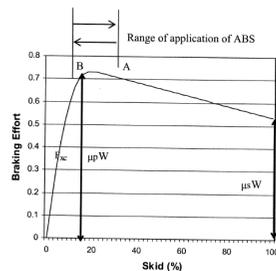
$$\frac{K_{bf}}{K_{br}} = \frac{l_2 + h\mu}{l_1 - h\mu}$$
$$K_{bf} + K_{br} = 1$$

Om vi försummar rull- och luftmotstånd så gäller då att

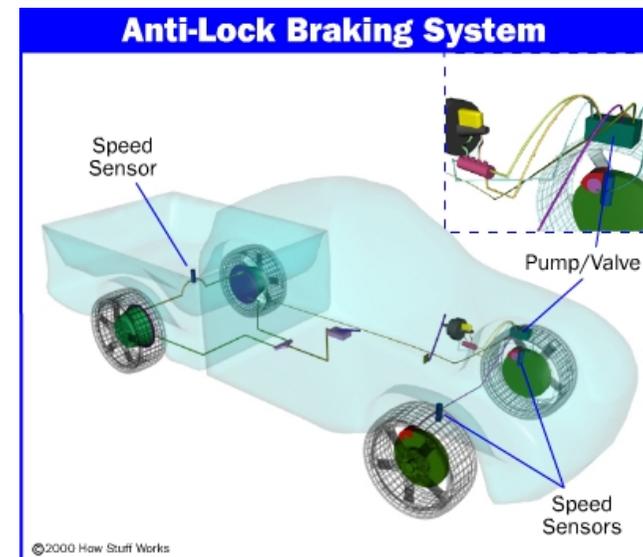
$$\frac{F_f}{W_f} = \frac{F_r}{W_r} = \mu$$

Detta förutsätter att vi känner till  $\mu$ . Hur gör vi om vi inte känner till  $\mu$ ?

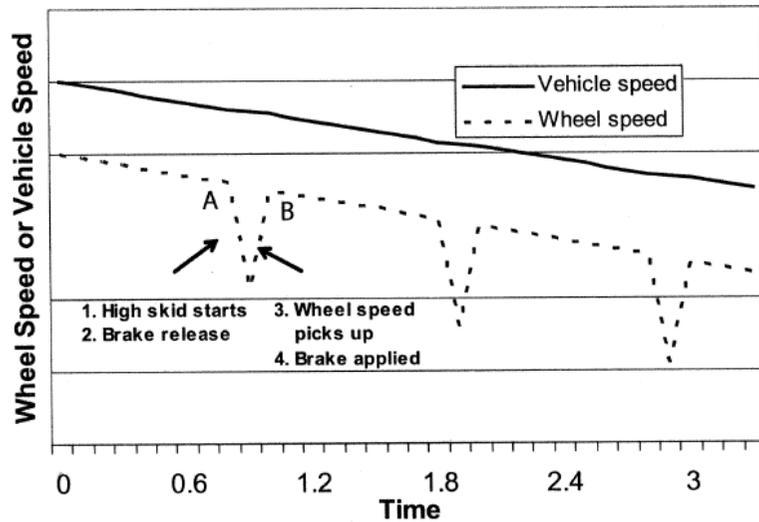
## ABS Önskat arbetsområde



## ABS Exempel på system



## ABS Exempel på reglerprincip



## ABS Syfte

Med låsta hjul tappar man

- Bromskraft
- Styrförmåga
- Stabilitet

ABS-systemet försöker förhindra att hjulen låser sig.

Hur kan man avgöra om ett hjul är på väg att låsa sig?

## ABS Avgöra när däckens låser sig

Om hjulet inte har låst sig så är

$$\dot{\omega} r \approx a \leq \mu g$$

Detta samband kan användas för att avgöra om hjulet låser sig, antingen genom att mäta  $a$  med en accelerometer eller genom att skatta  $\mu$ .

Ett annat alternativ är att räkna ut

$$i_s = 1 - \frac{r\omega}{V}$$

där  $V$  är en skattning av hastigheten.

## ABS

Result of experiment; slip=20%; bang-bang control

