Fordonsdynamik med reglering

Jan Åslund
jaasl@isy.liu.se
Associate Professor

Dept. Electrical Engineering
Vehicular Systems
Linköping University
Sweden

Föreläsning 5

Bästa däcken fram eller bak?

Viktig fråga: Ska man sätta bästa däcken fram eller bak?

För att få klarhet konsulterar vi den säkra källan Internet:

Saxat från www.aftonbladet.se:

- **Lemmy** säger: Ska man ha bästa däcken fram när man kör i halka? Eller är sånt snack bara gammalt gubbmök?
- **Robert Collin** säger: Rätt. Bästa däcken ska sitta bak. Då slipper man otäcka bakvagnskast.

Bästa däcken fram eller bak?

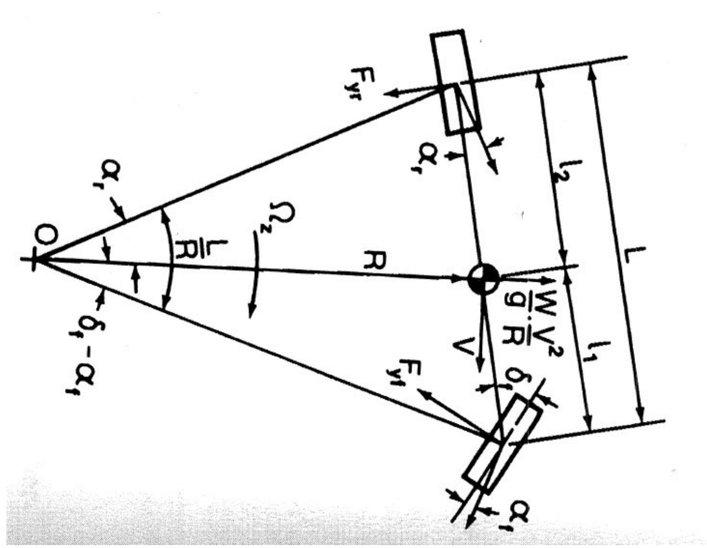
Utdrag från www.motorforum.nu, tråden "Bästa däcken, vart?"

- **nybbe_gefle**: Självklart fram! Det är viktigare att kunna ha bra fäste när man bromsar. Ser heller att jag har grepp fram så att bilen går dit jag styr även om det innebär att bakändan flänger lite som den vill!!
- **Birp**: Fram.. Styrning & broms är viktigast!

Från Hallands Nyheters artikelserie "Tyypiskt svenskt"

- **Harum Ibrahim** från Burundi: I Sverige vill man ha bra däck bak för att få grepp i snön. I Burundi vill man ha bra däck fram så de inte exploderar i hettan. Kulturkrockarna är många för en lastbilschaufför från Bujumbura.

Kurvtagning: Figur 5.5



Kurvtagning: Styrvinkeln δ_f

Geometri:

$$\delta_f = \frac{L}{R} + \alpha_f - \alpha_r$$

Förra föreläsningen visade jag att:

$$\delta_f = \frac{L}{R} + \underbrace{\left(\frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}}\right)}_{=K_{us}} \frac{V^2}{gR}$$

Tolkning:

Storleken på kvoten mellan lasten och sidkraftskoefficienten för fram- resp. bakhjulen avgör vilket tecken understyrningskoefficienten K_{us} har.

Kurvtagning: Understyrningskoefficienten K_{us}

Villkoret för styrvinkeln kan även skrivas

$$\delta_f = \frac{L}{R} + \underbrace{\frac{W}{2LC_{\alpha f}C_{\alpha r}}(C_{\alpha r}l_2 - C_{\alpha f}l_1)}_{=K_{us}} \frac{V^2}{gR}$$

Tolkning:

Storleken på produkten av sidkraftskoefficienten och och avståndet till tyngdpunkten för bak- resp. framhjulen avgör vilket tecken understyrningskoefficienten har.

Kurvtagning

Linjär modell:

$$F_{yf} = 2C_{\alpha f}\alpha_f$$
$$F_{yr} = 2C_{\alpha r}\alpha_r$$

Grundläggande ekvationer:

$$F_{yf} + F_{yr} = ma_y$$
$$2C_{\alpha f}\alpha_f + 2C_{\alpha r}\alpha_r = \frac{W}{g}\frac{V^2}{R}$$

och

$$l_1 F_{yf} - l_2 F_{yr} = 0$$
$$l_1 C_{\alpha f}\alpha_f = l_2 C_{\alpha r}\alpha_r$$

Neutralstyrd bil: $l_1 C_{\alpha f} = l_2 C_{\alpha r}$

Antag att kurvradien R är konstant och att hastigheten V ökas.

Momentjämvikt

$$l_1 C_{\alpha f}\alpha_f = l_2 C_{\alpha r}\alpha_r$$

Alltså samma avdriftsvinkel fram och bak. Styrvinkeln

$$\delta_f = \frac{L}{R} + \underbrace{\alpha_f - \alpha_r}_{=0}$$

beror ej av hastigheten.

Ökar hastigheten så ökar vinklarna α_f och α_r lika mycket.

Understyrd bil: $l_1 C_{\alpha f} < l_2 C_{\alpha r}$

Vinkeln α_f måste nu öka mer än vinkeln α_r eftersom

$$l_1 C_{\alpha f} \alpha_f = l_2 C_{\alpha r} \alpha_r$$

Styrvinkeln

$$\delta_f = \frac{L}{R} + \alpha_f - \alpha_r$$

måste alltså ökas när hastigheten ökar för att bilen ska hålla samma kurvradie.

Överstyrd bil: $l_2 C_{\alpha r} < l_1 C_{\alpha f}$

Om bilen istället är överstyrd så ökar vinkeln α_r mer än vinkeln α_f när hastigheten ökar.

Styrvinkeln

$$\delta_f = \frac{L}{R} + \alpha_f - \alpha_r$$

måste alltså minskas när hastigheten ökar för att bilen ska hålla samma kurvradie.

Observation: Om

$$V = V_{crit} = \sqrt{\frac{gL}{-K_{us}}}$$

så är $\delta_f = 0$ oberoende av vad kurvradien R är.

Slutsats: Väldigt skumt!

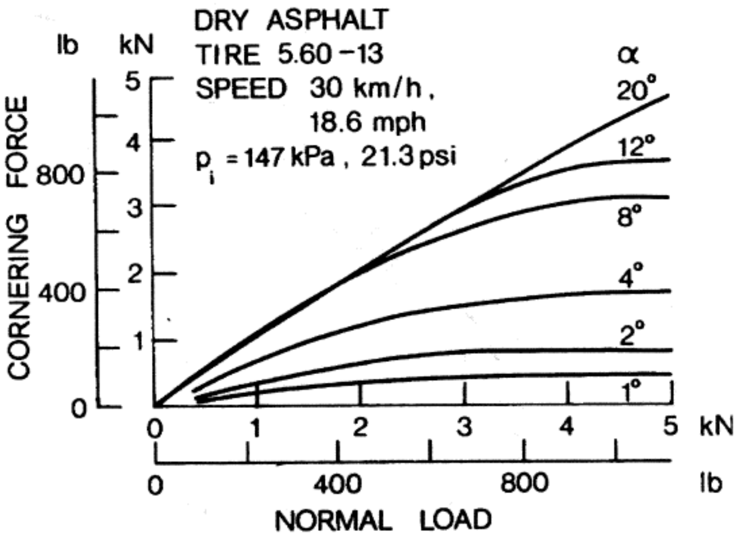
Normalkraftens betydelse

Vad vinner man med aktiv fjädring vid kurvtagning?

Normalkraftens betydelse

Hur påverkas bilens egenskaper vid kurvtagning om bilens tyngdpunkt flyttas?

Normalkraftens betydelse:Figur 1.25



Normalkraftens betydelse: Vad säger modellerna?

Vi har hittills använt en linjär modell

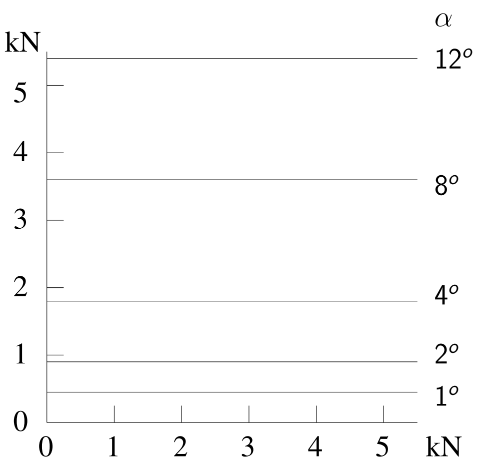
$$F_y = C_\alpha \alpha$$

Antar alltså att sidkraften är en linjär funktion av avdriftsvinkeln α och att den inte beror på normalkraften.

Vilka nackdelar har denna modell och när är den giltig?

Linjär modell

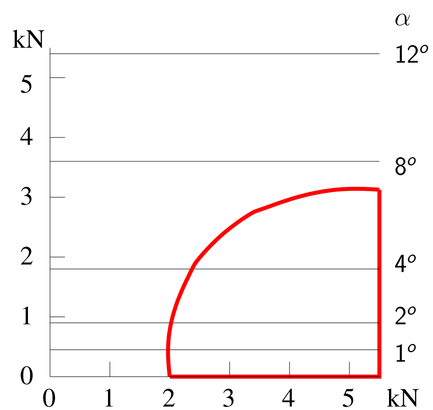
Modellens motsvarighet till kurvorna i figur 1.25



Vilka av däckets egenskaper tappar vi med denna förenklade modell?

Linjär modell

I det markerade området stämmer modellen väl överens med däcket i figur 1.25.

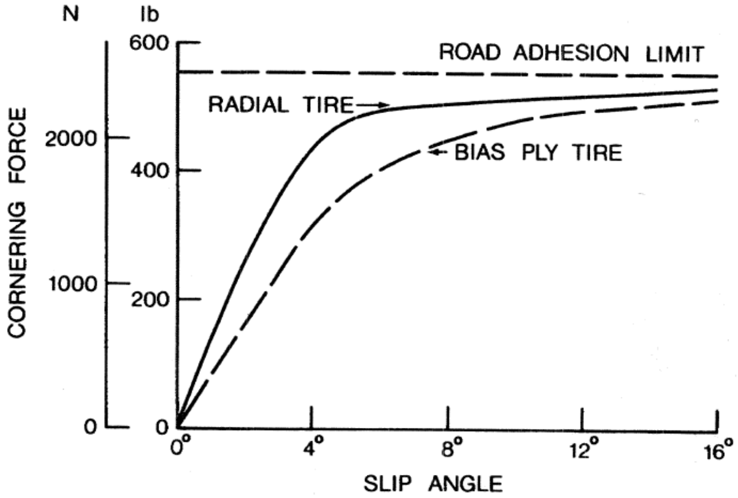


I detta område är det främst däckets elasticitet som avgör vad den laterala kraften blir.

Linjär modell

Ovanför det markerade område ger modellen en för stor sidkraft.

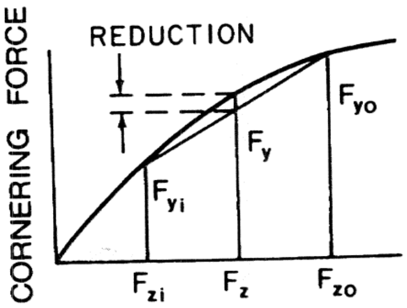
I figur 1.23 syns skillnaden tydligare.



Linjär modell

Till vänster om det markerade området ger modellen en för stor lateral kraft och man missar att kraften kommer att avta när normalkraften minskar. En konsekvens av detta är att modellen inte kommer att få med den effekt som en lateral lastförskjutning ger upphov till.

Figur 1.26 visar hur detta medför att den totala sidkraften minskar med en ökad lateral lastförskjutning.



Normalkraftens betydelse

I fall där friktionen dominerar kommer normalkraften att ha större inverkan på den laterala kraften.

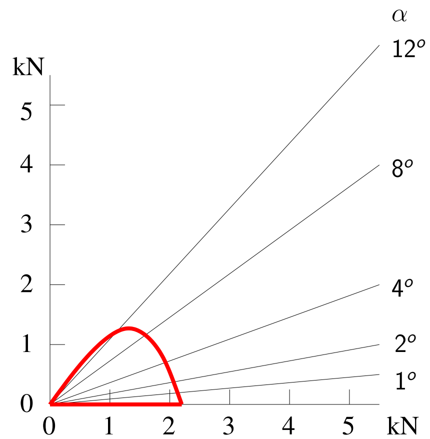
Antag att sidstyvheten är proportionell mot normalkraften. Då får vi följande modell:

$$F_y = C'_\alpha \cdot W \cdot \alpha$$

Vi ska nu studera vilka egenskaper denna modell har.

Normalkraftens betydelse

Modellens motsvarighet till figur 1.25:



I det markerade området stämmer modellen överens med figur 1.25.

Normalkraftens betydelse

Skall nu studera vad denna modell ger när vi betraktar sambandet mellan hastighet och styrvinkel.

Enligt tidigare har vi sambanden

$$W_f = \frac{mg}{2}\frac{l_2}{L}$$
$$W_r = \frac{mg}{2}\frac{l_1}{L}$$
$$F_{yf} = ma_y\frac{l_2}{L}$$
$$F_{yr} = ma_y\frac{l_1}{L}$$

Modellen som vi använder

$$F_{yf} = 2C'_{\alpha f}W_f\alpha_f, \qquad F_{yr} = 2C'_{\alpha r}W_r\alpha_r$$

Normalkraftens betydelse

Avdriftsvinklarna ges i detta fall av

$$\alpha_f = \frac{F_{yf}}{2C'_{\alpha f}W_f} = \frac{ma_y l_2/L}{2C'_{\alpha f}mgl_2/2L} = \frac{a_y}{C'_{\alpha f}g}$$

$$\alpha_r = \frac{F_{yr}}{2C'_{\alpha r}W_r} = \frac{ma_y l_1/L}{2C'_{\alpha r}mgl_1/2L} = \frac{a_y}{C'_{\alpha r}g}$$

Samband mellan hastighet och styrvinkel

$$\delta_f = \frac{L}{R} + \alpha_f - \alpha_r = \frac{L}{R} + \left(\frac{1}{C'_{\alpha f}} - \frac{1}{C'_{\alpha r}}\right)\frac{a_y}{g}$$

Slutsats:

Understyrningskoefficienten beror ej av tyngdpunktens läge.

Är detta en rimlig modell?

Linjär modell

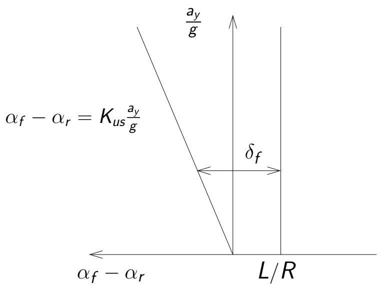
Styrvinkeln ges av

$$\delta_f = \frac{L}{R} + \alpha_f - \alpha_r$$

där

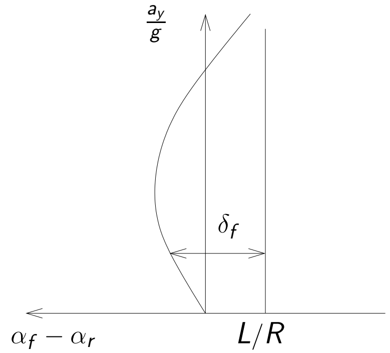
$$\alpha_f - \alpha_r = K_{us}\frac{V^2}{gR} = K_{us}\frac{a_y}{g}$$

Figur som illustrerar sambandet när understyrningsgradienten K_{us} är positiv:



Olinjär modell: Inledning

Med olinjära samband mellan de laterala krafterna och avdriftsvinklarna kan samma bil vara både under- och överstyrd beroende på vilken hastighet den håller.

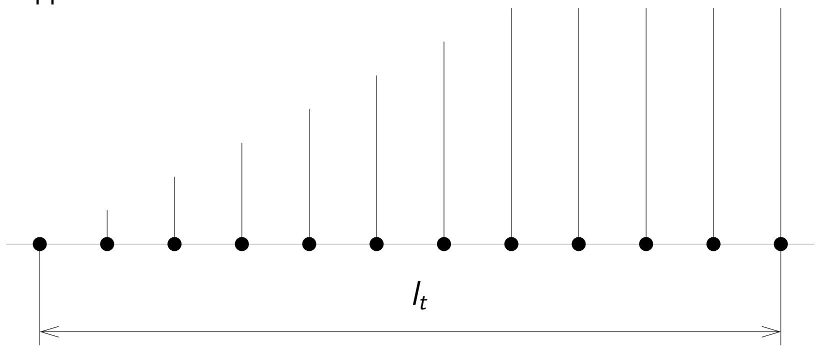


När hastigheten ökar så ökar först styrvinkeln (understyrd) tills dess att den når sitt maxvärde (neutralstyrd) och därefter minskar den (överstyrd).

Borstmodellen

Borstmodellen kan användas även för att bestämma laterala krafter.

Sett uppifrån:



Borstmodellen

Lateral förskjutning i vilozonen

$$e(x) = \underbrace{\tan\alpha}_{\text{tidigare } i} \cdot x \approx \alpha \cdot x$$

Linjär modell för samband mellan förskjutning och kraft:

$$\frac{dF_y}{dx} = k_y' e$$

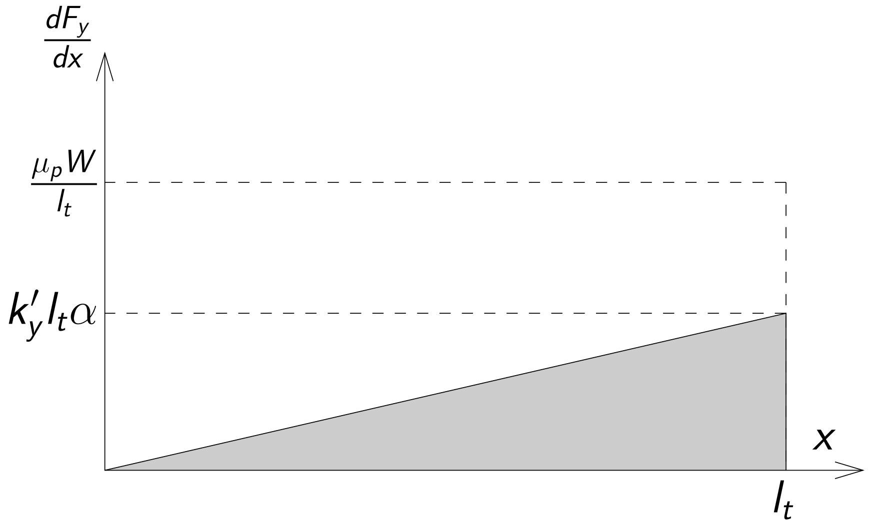
Modell för normaltrycket:

$$\frac{dF_z}{dx} = \frac{W}{l_t}$$

Friktionsmodell:

$$\frac{dF_y}{dx} \le \mu \frac{dF_z}{dx}$$

Borstmodellen: Utan glidzon



Borstmodellen: Utan glidzon

Villkor för att det inte ska finnas någon glidzon:

$$k_y' l_t \alpha \le \frac{\mu_p W}{l_t}$$

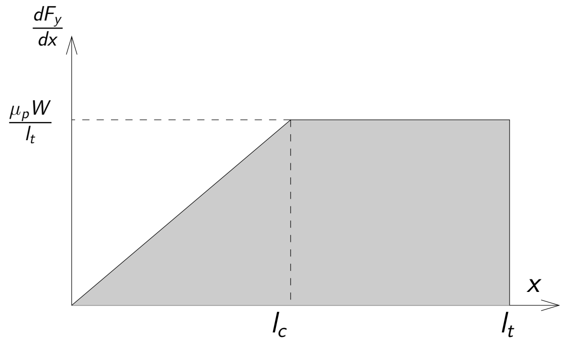
d.v.s.

$$\alpha \le \frac{\mu_p W}{k_y' {l_t}^2} \equiv \alpha_c$$

Den laterala kraften blir i detta fall

$$F_y = \frac{{l_t}^2 k_y'}{2} \alpha \equiv C_\alpha \alpha$$

Borstmodellen: Med glidzon



För $\alpha > \alpha_c$ får vi

$$F_y = \mu_p W \left(1 - \frac{\mu_p W}{4C_\alpha \alpha}\right)$$

Härledningen är identisk med den som vi gjorde på första föreläsningen när vi beräknade den longitudinella kraften för ett drivande hjul.

Magic Formula

En kurvanpassning som ofta används är:

$$\begin{aligned} y(x) &= D \sin \left(C \arctan \left[Bx - E(Bx - \arctan Bx) \right] \right) \\ Y(x) &= y(x) + S_v \\ x &= X + S_h \end{aligned}$$

Se figur 1.43

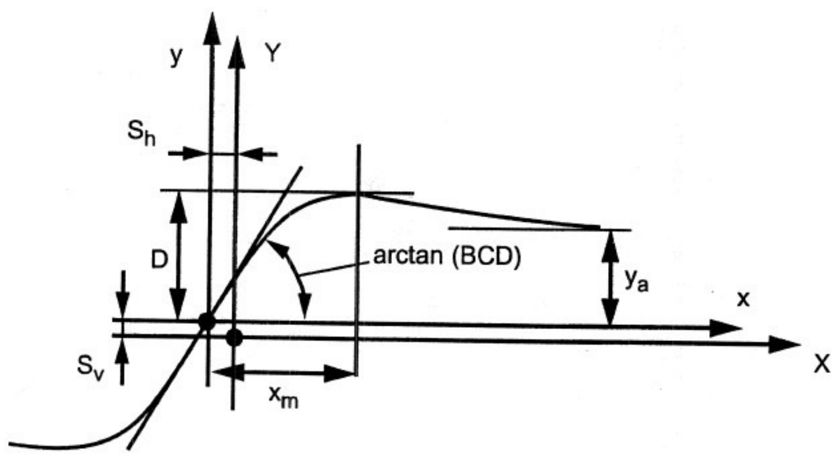
Y kan vara lateral kraft, longitudinell kraft eller återställande moment.

X kan vara avdriftsvinkel eller longitudinellt slipp.

Exempel på värden på konstanterna finns i tabell 1.6 i boken. Empiriska modeller för hur konstanterna beror av normalkraften F_z står på sidan 62.

Mer information finns i *Tyre and Vehicle Dynamics*, H.B. Pacejka.

Figur 1.43



Figur 1.44

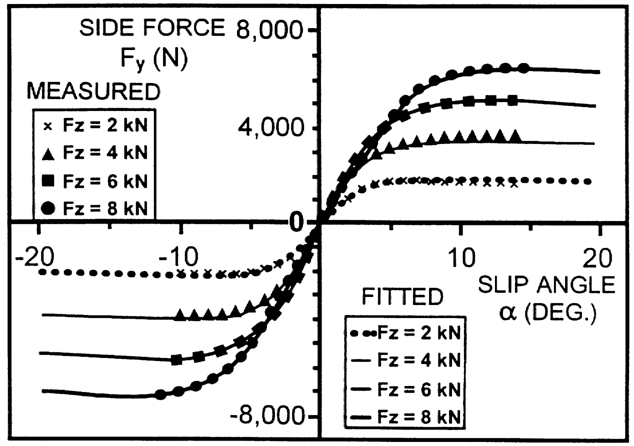


Fig. 1.44 Comparison of the measured and fitted relationships between side force and slip angle using the Magic Formula. (Reprinted with permission from SAE paper No. 890087 © 1989 Society of Automotive Engineers, Inc.)

Tabell 1.6

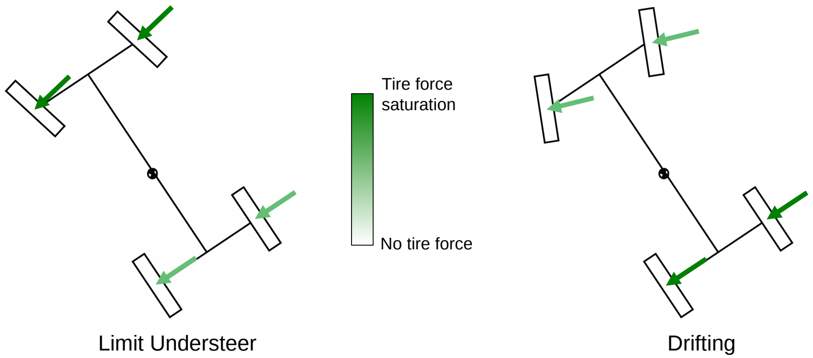
TABLE 1.6 Values of the Coefficients in the Magic Formula for a Car Tire (Slip Angle in Degrees and Skid in Minus %)

	Load, F_z, kN	B	C	D	E	S_h	S_v	BCD
F_y, N	2	0.244	1.50	1936	−0.132	−0.280	−118	780.6
	4	0.239	1.19	3650	−0.678	−0.049	−156	1038
	6	0.164	1.27	5237	−1.61	−0.126	−181	1091
	8	0.112	1.36	6677	−2.16	0.125	−240	1017
	2	0.247	2.56	−15.53	−3.92	−0.464	−12.5	−9.820
M_z, N · m	4	0.234	2.68	−48.56	−0.46	−0.082	−11.7	−30.45
	6	0.164	2.46	−112.5	−2.04	−0.125	−6.00	−45.39
	8	0.127	2.41	−191.3	−3.21	−0.009	−4.22	−58.55
	2	0.178	1.55	2193	0.432	0.000	25.0	605.0
F_x, N	4	0.171	1.69	4236	0.619	0.000	70.6	1224
	6	0.210	1.67	6090	0.686	0.000	80.1	2136
	8	0.214	1.78	7711	0.783	0.000	104	2937

Source: Reference 1.24.

Drifting

Drifting



Drifting

Grundidén vid drifting är att köra med stor avdriftsvinkel på bakhjulen.

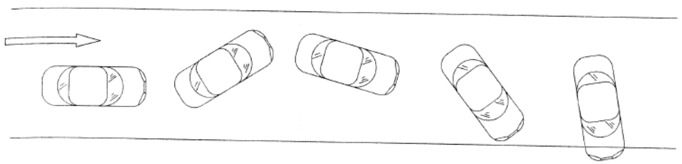
Mättning av bakdäcken ger instabilitet vi öppen styrning.

Förarens återkoppling gör systemet stabilt

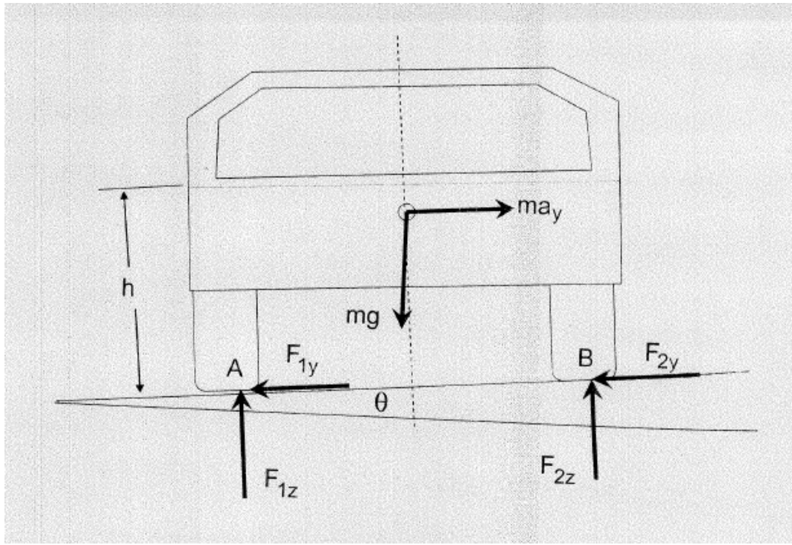
Eftersom framdäcken är omättade så ökar möjligheten att manövrera fordonet.

Offrar stabilitet för ökad styrbarhet

Vältning: Scenario



Vältning: Analys



Vältning: Analys

När börjar bilen välta?

Momentjämvikt runt punkten B ger

$$F_{1z}d - mgh\theta - mg\frac{d}{2} + ma_y h = 0$$

Vid vältning är $F_{1z} = 0$ och antar vi att $\theta = 0$ får vi villkoret

$$\frac{a_y}{g} = \frac{d}{2h}$$

och vi kallar högerledet för *Static Stability Factor* (SSF)

$$SSF = \frac{d}{2h}$$

Om $\mu < SSF$ så kommer inte bilen att välta utan tappar istället greppet och glider i sidled.

Vältning: SSF

För en Volvo V70

$$SSF = \frac{d}{2h} = \frac{1520}{2 \cdot 550} = 1.38$$

Vältning

För mini SUVen Suzuki Jimny

$$SSF = \frac{d}{2h} = \frac{1354}{2 \cdot 700} = 0.95$$

Vältning

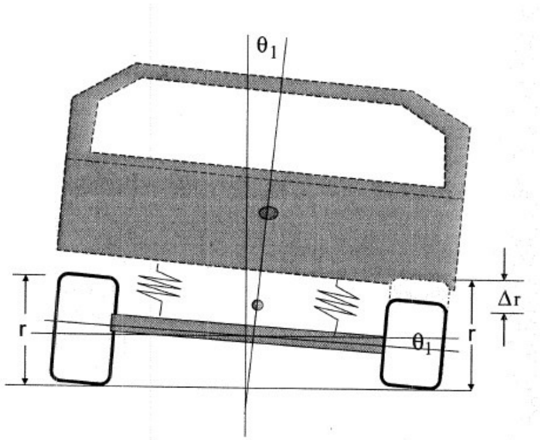
För en full tankbil

$$SSF = \frac{d}{2h} = \frac{2000}{2 \cdot 2200} = 0.45$$

Källa: *Vältning - en rent matematisk fråga*, Jonas Jarlmark, Vi Bilägare.

Vältning

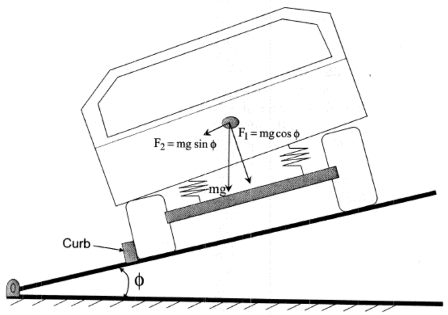
Eftersom vi får en lastförskjutning i lateral ledd så är SSF för optimistisk. För att få en mer realistisk uppskattning så måste elasticitet i däck och fjädrar tas med i modellen.



Vältning: Tilt Table Ratio (TTR)

Ett sätt att mäta hur stor lateral acceleration som krävs för att bilen skall välta är att ställa bilen på ett tiltbord och mäta vinkel när bilen välter

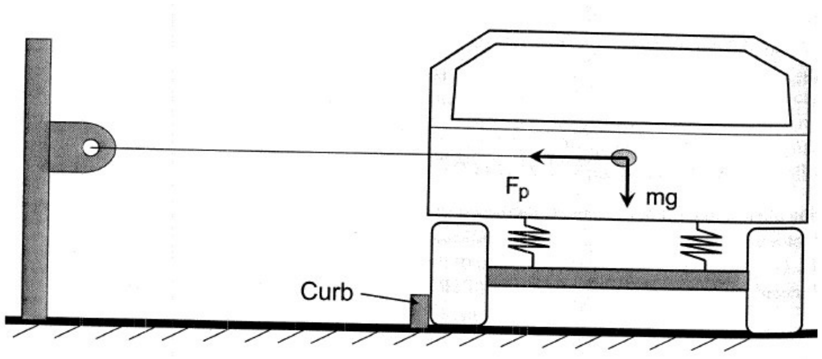
$$TTR = \frac{a_s}{g} = \tan \Phi$$



En felkälla är att normalkraften blir mindre än i verkligheten.

Vältning: Side Pull Ratio (SPR)

Alternativt sätt att uppskatta lateral acceleration vi vältning



$$SPR = \frac{F_p}{mg}$$