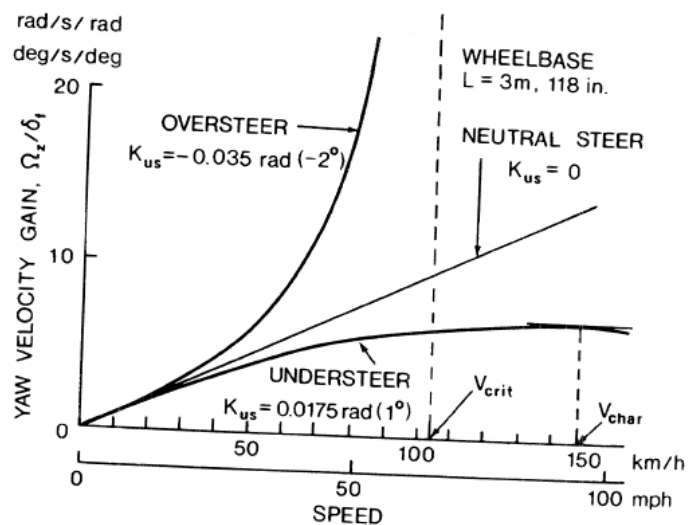


## Fordonsdynamik med reglering

Jan Åslund  
 jaasl@isy.liu.se  
 Associate Professor  
 Dept. Electrical Engineering  
 Vehicular Systems  
 Linköping University  
 Sweden

### Föreläsning 6

## Kurvtagning: Figur 5.12



## Girhastighet $\Omega_z$

Betraktar sambandet mellan styrvinkel och girhastigheten, se figur 5.12. Förstärkning ges av:

$$G_{yaw} = \frac{\Omega_z}{\delta_f} = \frac{V}{L + K_{us} V^2 / g}$$

För en understyrd bil når  $G_{yaw}$  sitt största värde för den karakteristiska hastigheten

$$V_{char} = \sqrt{\frac{gL}{K_{us}}}$$

för att sedan avta mot noll.

För en överstyrd bil går  $G_{yaw}$  mot oändligheten när  $V$  går mot det kritiska värdet

$$V_{crit} = \sqrt{\frac{gL}{-K_{us}}}$$

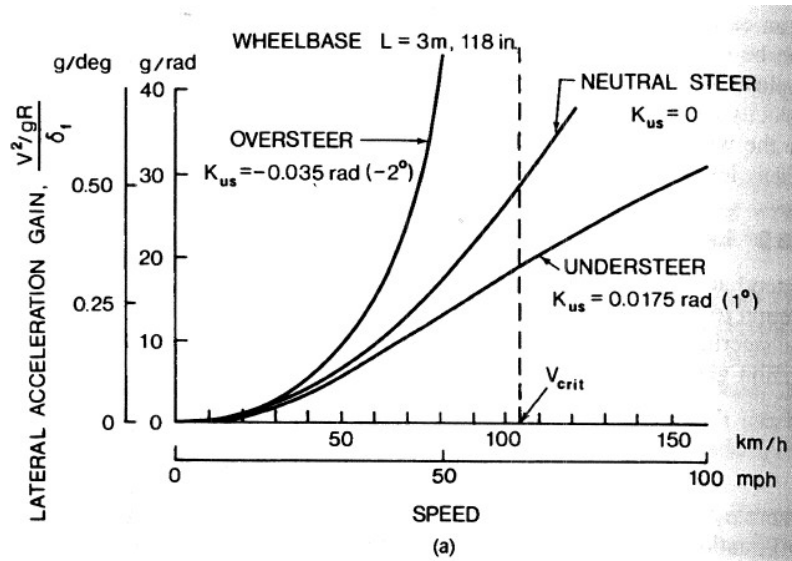
## Lateral acceleration $a_y$

Betraktar sambandet mellan den laterala accelerationen  $a_y$  och styrvinkeln  $\delta_f$ . Förstärkning:

$$G_{acc} = \frac{a_y/g}{\delta_f} = \frac{V^2/gR}{\delta_f} = \frac{V^2}{gL + K_{us} V^2}$$

För en överstyrd bil går  $G_{acc}$  mot oändligheten när hastigheten närmar sig det kritiska värdet.

## Kurvtagning: Figur 5.13a



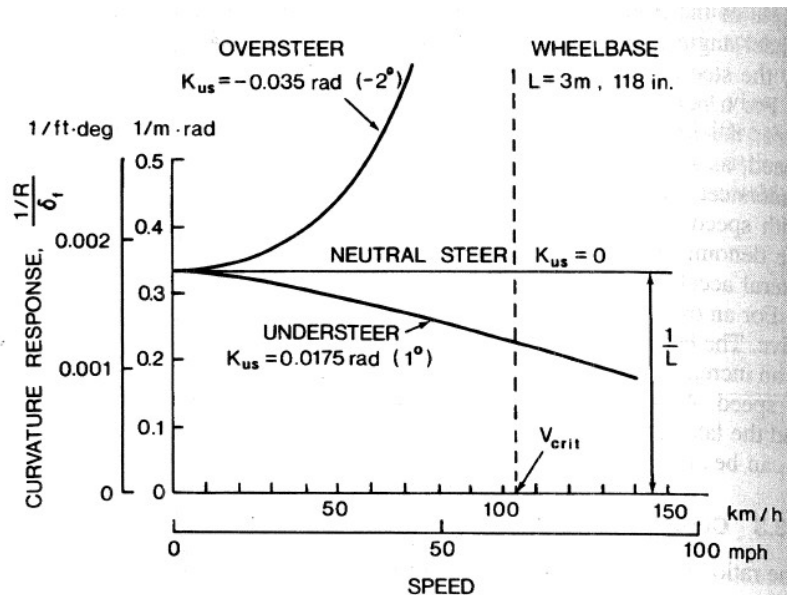
## Krökning $1/R$

Sambandet mellan krökningen  $1/R$  och styrvinkeln  $\delta_f$ :

$$\frac{1/R}{\delta_f} = \frac{1}{L + K_{us}V^2/g}$$

För en överstyrd bil går förstärkningen mot oändligheten när hastigheten närmar sig det kritiska värdet.

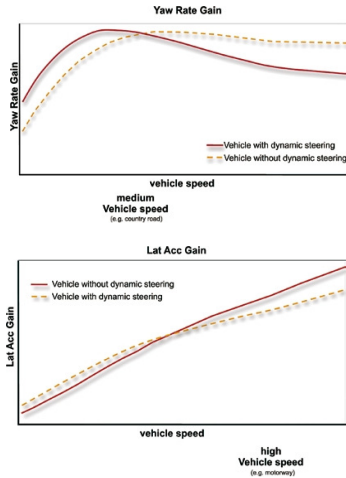
## Kurvtagning: Figur 5.13b



## Aktiv styrning

Med aktiv styrning går det att förändra sambandet mellan rattvinkel och styrvinkel så att det varierar med hastigheten.

Aktiv styrning går även att använda för att ge bilen bättre stabilitet.



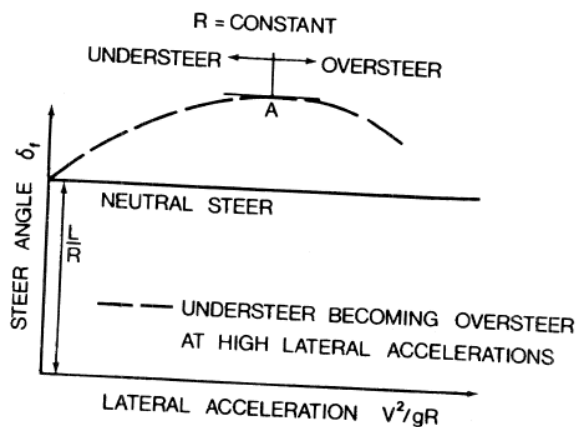
Källa: ATZautotechnology nr 8, 2008

I kapitel 5.4 studeras kurvtagning för tre fall:

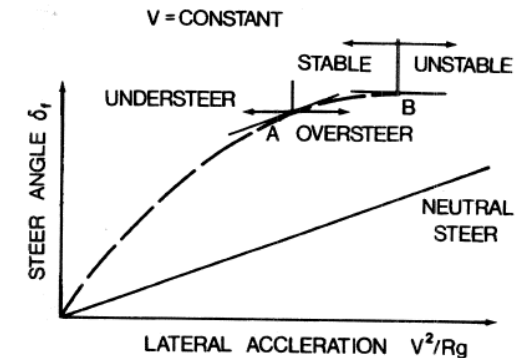
- Konstant radie, figur 5.15.
- Konstant hastighet, figur 5.16.
- Konstant styrvinkel, figur 5.17.

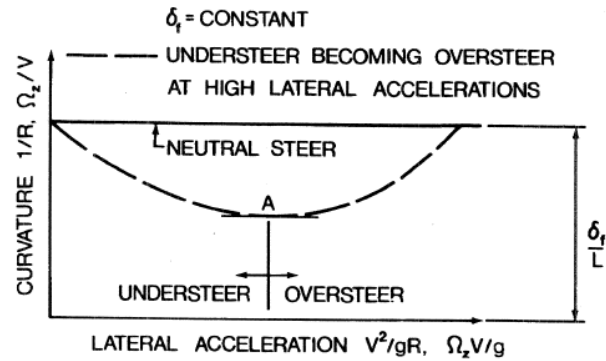
Jag kommer nu att gå igenom sambandet mellan kurvorna i figurerna och däckens (olinjära) egenskaper.

## Kurvtagning: Figur 5.15

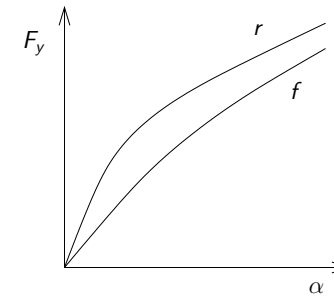


## Kurvtagning: Figur 5.16





Utgår från att  $F_{yf}$  och  $F_{yr}$  är givna som funktioner av  $\alpha$ .



## Normalkrafter och laterala krafter

De laterala krafterna ges av

$$\begin{aligned} F_{yf} + F_{yr} &= ma_y \\ F_{yf}l_1 - F_{yr}l_2 &= 0 \end{aligned}$$

Normalkrafterna ges av

$$\begin{aligned} F_{zf} + F_{zr} &= mg \\ F_{zf}l_1 - F_{zr}l_2 &= 0 \end{aligned}$$

Vi kan som tidigare beräkna krafterna, men genom att studera ekvationerna kan man inse att:

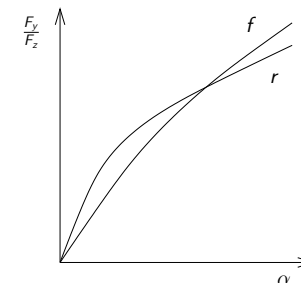
$$\frac{F_{yf}}{F_{zf}} = \frac{F_{yr}}{F_{zr}} = \frac{a_y}{g} = \frac{V^2}{gR}$$

## Arbetsgång

Vi beräknar först normalkrafterna

$$\begin{aligned} F_{zf} &= mg \frac{l_2}{L} \\ F_{zr} &= mg \frac{l_1}{L} \end{aligned}$$

Därefter ritar vi de skalade kurvorna  $F_{yf}/F_{zf}$  och  $F_{yr}/F_{zr}$ . För en baktung bil får vi kurvorna

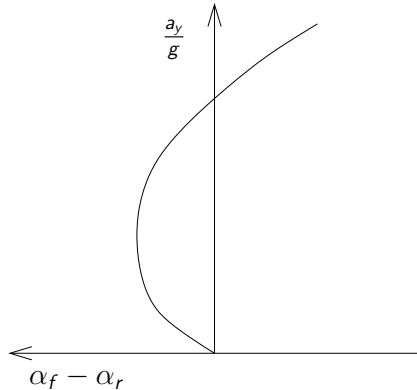


## Arbetsgång

För en given kurvradie och hastighet är som bekant

$$\frac{F_{yf}}{F_{zf}} = \frac{F_{yr}}{F_{zr}} = \frac{a_y}{g} = \frac{V^2}{gR}$$

Genom att ta skillnaden mellan vinklarna  $\alpha_f$  och  $\alpha_r$  i horisontell led får vi kurvan

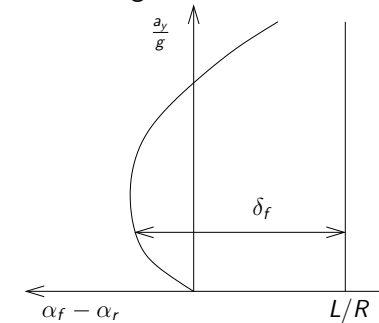


## Konstant radie

Studerar nu fallet att radien  $R$  är konstant. Styrvinkeln ges som vanligt av ekvationen

$$\delta_f = \frac{L}{R} + \alpha_f - \alpha_r$$

Detta samband kan avläsas i figuren



Jämför med figur 5.15.

## Understyrningsgradienten $K_{us}$

I det olinjära fallet med konstant kurvradie ges understyrningsgradienten av derivatan

$$K_{us} = \frac{d(\delta_f)}{d(a_y/g)}$$

Konsistent med definitionen i det linjära fallet då

$$\delta_f = \frac{L}{R} + K_{us} \frac{a_y}{g}$$

För ökande hastighet så gäller som tidigare att

- $\delta_f$  ökar om  $K_{us} > 0$
- $\delta_f$  oförändrad om  $K_{us} = 0$
- $\delta_f$  minskar om  $K_{us} < 0$

## Konstant hastighet

Studerar nu fallet att hastigheten  $V$  är konstant.

Det gäller fortfarande att

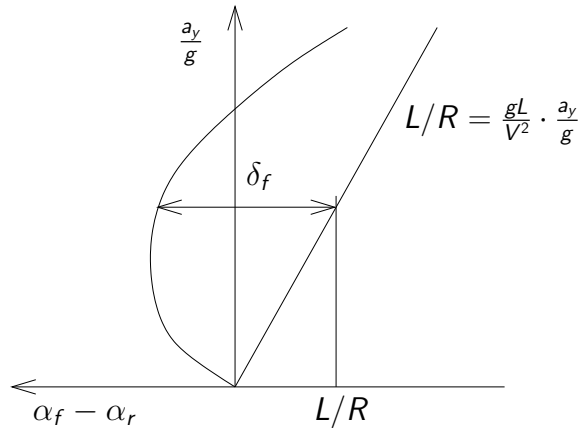
$$\delta_f = \frac{L}{R} + \alpha_f - \alpha_r$$

där

$$\frac{L}{R} = \frac{gL}{V^2} \cdot \frac{V^2}{gR} = \underbrace{\frac{gL}{V^2}}_{\text{konst.}} \cdot \frac{a_y}{g}$$

# Konstant hastighet

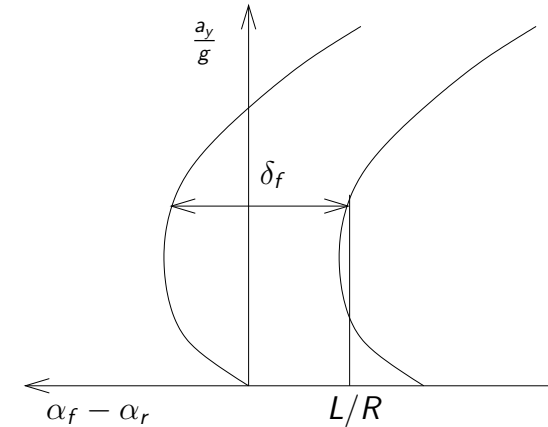
Sambandet mellan styrvinkeln  $\delta_f$  och laterala accelerationen kan läsas av i figuren



Jämför med figur 5.16.

# Konstant styrvinkel

Slutligen studerar vi fallet där styrvinkeln  $\delta_f$  är konstant.



I detta fall kan vi avläsa hur krökningen  $1/R$  beror av  $a_y/g$ .

Jämför med figur 5.17.

# Dragbil med semitrailer: Acceleration

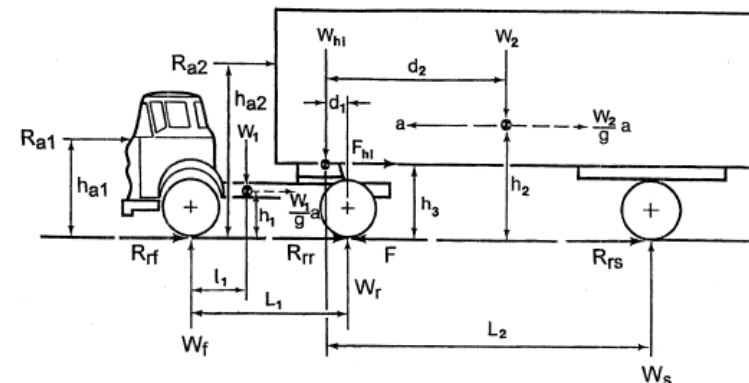
Utgår från figur 3.2 i kapitel 3.1. Drivande hjulen sitter bak på dragbilen. Förutsätter samma  $h$  överallt. Vill bestämma maximal drivande kraft  $F = F_{max} = \mu W_r + f_r W_r$  utan att blanda in accelerationen  $a$ . Beräknar först  $W_s$ :

$$W_s = \frac{W_2 d_2}{L_2 + f_r h}$$

och sedan  $W_{hi}$

$$W_{hi} = W_2 - W_s$$

# Figur 3.2



## Dragbil med semitrailer: Acceleration

Kraften  $W_{hi}$  är nu känd. Med momentpunkt ovanför främre axeln

$$-W_r L_1 + W_1 l_1 + W_{hi}(L_1 - d_1) - R_r h + Fh = 0$$

Med

$$R_r = f_r(W_1 + W_{hi})$$

och

$$F = F_{max} = \mu W_r + f_r W_r$$

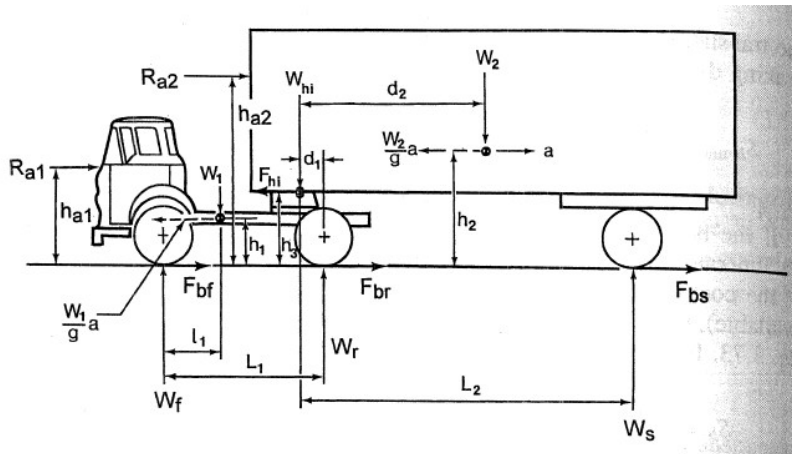
får vi

$$-W_r L_1 + W_1 l_1 + W_{hi}(L_1 - d_1) - hf_r(W_1 + W_{hi}) + (\mu + f_r)hW_r = 0$$

och

$$F_{max} = (\mu + f_r)W_r = \frac{(\mu + f_r)(W_1 l_1 + W_{hi}(L_1 - d_1) - hf_r(W_1 + W_{hi}))}{L_1 - (\mu + f_r)h}$$

Figur 3.55



## Dragbil med semitrailer: Bromskraftsfördelning

Utgår från figur 3.55 i avsnitt 3.7.3. Försummar luft- och rullmotstånd.

Antar att vi har fullt utvecklade friktion vid samtliga däck, d.v.s

$F_{bf} = \mu W_f$ ,  $F_{br} = \mu W_r$  och  $F_{bs} = \mu W_s$ . Då gäller att

$$ma = \mu W_f + \mu W_r + \mu W_s = \mu(W_f + W_r + W_s) = \mu mg$$

och det följer att  $a/g = \mu$

Beräkningsgång:

Beräknar först

$$W_s = \frac{W_2(d_2 + \mu(h_3 - h_2))}{L_2 + \mu h_3}$$

och sedan

$$W_{hi} = W_2 - W_s$$

$$F_{hi} = \mu W_2 - \mu W_s$$

## Dragbil med semitrailer: Bromskraftsfördelning

Beräknar sedan

$$W_r = \frac{W_1}{L_1}(l_1 - h_1\mu) + \frac{W_{hi}}{L_1}(L_1 - d_1 - \mu h_3)$$

och slutligen

$$W_f = W_1 + W_{hi} - W_r$$

Figur 3.56 i boken visar hur den optimala bromskraftsfördelningen ser ut i några fall.

## Dragbil med semi-trailer: Kurvtagning

Figur 5.26 visar en förenklad modell.

Styrvinkel

$$\delta_f = \frac{L_t}{R} + \underbrace{\left( \frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \right)}_{K_{us,t}} \frac{V^2}{gR}$$

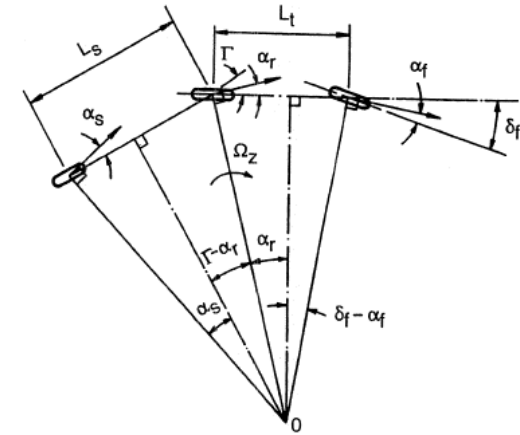
Vinkeln mellan dragbil och semi-trailer

$$\Gamma = \frac{L_s}{R} + \underbrace{\left( \frac{W_r}{C_{\alpha r}} - \frac{W_s}{C_{\alpha s}} \right)}_{K_{us,s}} \frac{V^2}{gR}$$

Förstärkning:

$$\frac{\Gamma}{\delta_f} = \frac{L_s/R + K_{us,s}(V^2/gR)}{L_t/R + K_{us,t}(V^2/gR)}$$

## Kurvtagning: Figur 5.26



## Dragbil med semi-trailer: Fall 1

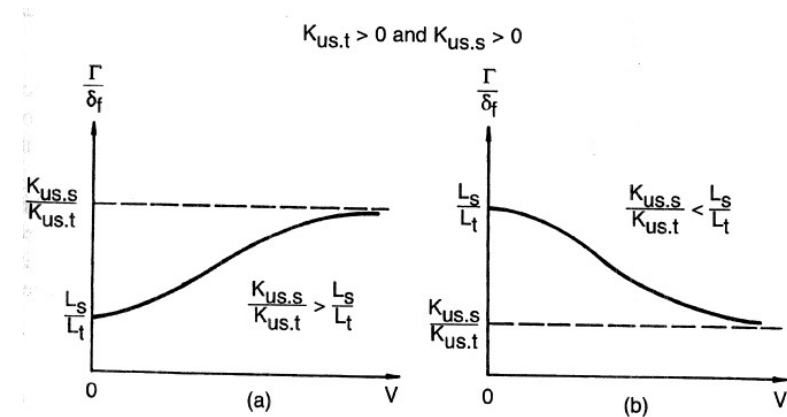
$K_{us,t}$  och  $K_{us,s}$  är båda positiva.

Förstärkningen  $\Gamma/\delta_f$  är alltid positiv.

Förstärkningen är växande om  $K_{us,s}/K_{us,t} > L_s/L_t$  och avtagande om  $K_{us,s}/K_{us,t} < L_s/L_t$ .

Se figur 5.27.

## Kurvtagning: Figur 5.27





## Dragbil med semi-trailer: Fall 2

$K_{us,t}$  är positiv och  $K_{us,s}$  är negativ.

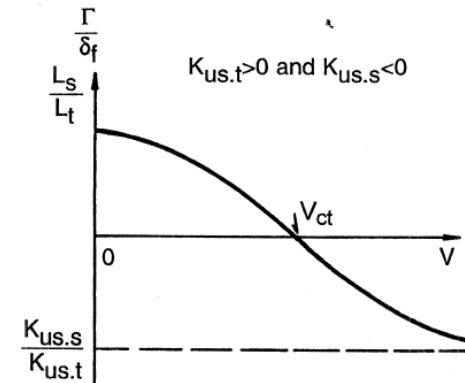
För hastigheter över

$$V_{ct} = \sqrt{\frac{gL_s}{-K_{us,s}}}$$

är förstärkningen negativ.

Se figur 5.28.

## Kurvtagning: Figur 5.28



## Dragbil med semi-trailer: Fall 3

$K_{us,t}$  är negativ och  $K_{us,s}$  är positiv.

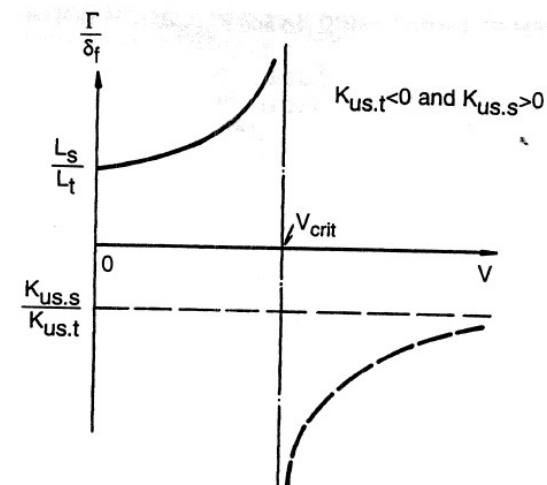
När hastigheten närmar sig det kritiska värdet

$$V_{crit} = \sqrt{\frac{gL_t}{-K_{us,t}}}$$

går förstärkningen mot oändligheten.

Bilen fälls ihop som en fällkniv ("Jackknifing"). Se figur 5.29.

## Kurvtagning: Figur 5.29

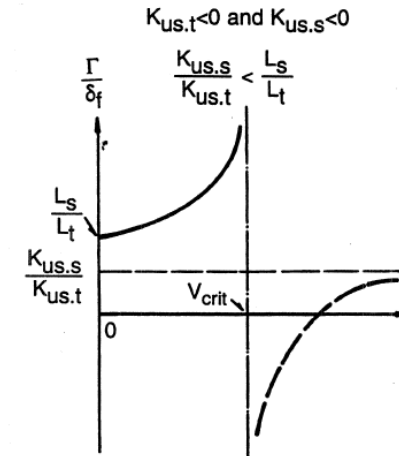


## Dragbil med semi-trailer: Fall 4

$K_{us,t}$  och  $K_{us,s}$  är båda negativa och  $K_{us,s}/K_{us,t} < L_s/L_t$ .

Det händer samma sak som i föregående fall.

Se figur 5.30.



## Kurvtagning: Figur 5.30

## Dragbil med semi-trailer: Fall 5

$K_{us,t}$  och  $K_{us,s}$  är båda negativa och  $K_{us,s}/K_{us,t} > L_s/L_t$ .

Förstärkningen blir negativ för hastigheter över den karakteristiska hastigheten

$$V_{ct} = \sqrt{\frac{gL_s}{-K_{us,s}}}$$

När hastigheten närmar sig den kritiska hastigheten

$$V_{crit} = \sqrt{\frac{gL_t}{-K_{us,t}}}$$

går kvoten mot  $-\infty$  och trailern svänger ut ("trailer swing").

Se figur 5.31.

