Linköpings tekniska högskola, ISY, Fordonssystem

Formelsamling
Elektriska drivsystem TSFS04

LINKÖPINGS UNIVERSITET

Linköping 2018

Innehåll

Kapitel 1

Magnetiska Kretsar och Material

1.1 Storheter, enheter och konstanter

1.1.1 Storheter

Storhet	**Beteckning**	**Enhet (ex.)**
Magnetiskt flöde	ϕ	[Wb] eller [Vs]
Magnetisk flödestäthet	B	[Wb/m^2] eller [T]
Magnetisk fältstyrka	H	[A/m]
Reluktans	$\mathcal{R}$	[A-varv / Wb]
Resistans	R	[Ω]
Induktans	L	[H], [Wb/A], [Ωs] eller [Vs/A]
Reaktans	X	[Ω]
Impedans	Z	[Ω]
Sammanlänkat flöde	λ	[Wb-varv]
Magnetomotorisk kraft	$\mathcal{F}$	[A-varv]
Strömtäthet	J	[A/m^2]

Alternativ för engelska storhetsbeteckningar

Magnetisk flödestäthet, B T.ex. *magnetic flux density*, *magnetic induction* och *magnetic field.*

Magnetisk fältstyrka, H T.ex. *magnetic field intensity*, *magnetic field strength*, *auxiliary magnetic field* och *magnetizing field.*

1.1.2 Konstanter

Storhet	Beteckning	Värde
Magnetisk vakuum permeabilitet	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$
Relativ magnetisk permeabilitet	μ_r	-
Magnetisk permeabilitet	μ	-
Järnkärnans tvärsnittsarea	A_c	-
Järnkärnans medellängd	l_c	-
Luftgapslängd	g	-
Lindningsvarv	N	-

1.2 Ekvationer och samband

1.2.1 Amperes kretslag

$$\oint_\mathrm{C} \bar{H}\mathrm{d}l = \underbrace{\int_\mathrm{S} \bar{J}\mathrm{d}\bar{a}}_{\mathcal{F}} \tag{1.1}$$

där $\oint_\mathrm{C} \bar{H}\mathrm{d}l$ ofta förenklas till $\sum_i H_i l_i$ medan den magnetomotoriska kraften $\mathcal{F}$ ofta förenklas till $\mathcal{F} = Ni$ vilket ger

$$\sum_i H_i l_i = \mathcal{F} = Ni \tag{1.5, 1.21}$$

1.2.2 Flöde, flödestäthet och fältstyrka

$$\phi = \int_\mathrm{S} \bar{B}\mathrm{d}\bar{a} \tag{1.3}$$

vilket ofta förenklas till $\phi = BA$

$$B = \mu H = \mu_\mathrm{r}\mu_0 H \tag{1.7}$$

1.2.3 Reluktans

För en förenklad magnetisk krets med olika segment i olika material gäller

$$\mathcal{F} = Ni = \sum_i H_i l_i = \phi \sum_i \frac{l_i}{A_i \mu_i} \tag{1.21}$$

och vi definierar reluktansen $\mathcal{R}$ för respektive segment i enligt

$$\mathcal{R}_i = \frac{l_i}{A_i \mu_i} \tag{1.13, 1.14}$$

1.2.4 Magnetisk motsvarighet till KCL och KVL

Kirchhoffs ström- och spänningslagar för elektriska kretsar kan översättas till en magnetisk motsvarighet enligt nedan (Tänk: flöde $\phi \leftrightarrow$ ström I, samt magnetomotorisk kraft $\mathcal{F} \leftrightarrow$ spänning U)

KCL Totala flödet in i en punkt är alltid 0.

$$\sum_i \phi_i = 0 \tag{1.24}$$

KVL Summan av magnetomotorisk kraft i en sluten slinga är alltid 0.

$$\sum_i \mathcal{F}_i = 0 \tag{1.21}$$

1.2.5 Faradays lag, sammanlänkat flöde och induktans

$$\oint_{\mathrm{C}} \bar{E} \cdot \mathrm{d}\bar{s} = -\frac{\delta}{\delta t} \iint_{\mathrm{S}} \bar{B} \cdot \mathrm{d}\bar{a} \tag{1.25}$$

där $\oint_{\mathrm{C}} \bar{E} \cdot \mathrm{d}\bar{s}$ ofta förenklas till spänningen $-e$ och $-\frac{\delta}{\delta t} \iint_{\mathrm{S}} \bar{B} \cdot \mathrm{d}\bar{a}$ ofta förenklas till $N\frac{d\varphi}{dt}$ med φ som tidsvarierande flöde. I sambandet som följer så definieras sammanlänkat flöde, λ, så att vi får

$$e = N\frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\lambda}{dt} \tag{1.26}$$

där alltså

$$\lambda = N\varphi \tag{1.27}$$

definierar sammanlänkat flöde. För en magnetisk krets uppbyggd av ***linjära material*** eller med ***dominerande luftgap*** definieras sedan induktans L och reaktans X enligt

$$L = \frac{\lambda}{i} \text{ och } X = wL \tag{1.28}$$

där w är strömmens frekvens i radianer per sekund.

1.2.6 Sammanlänkat flöde i kretsar med fler spolar

Sammanlänkat flöde för spole k givet ett magnetiskt flöde genom grenen som spolen omsluter skrivs

$$\lambda_k = N_k \phi_k$$

där alla källor till flödet ϕ_k räknas med. Speciellt har vi för ett **enkelt system** med två spolar på en slinga med dominerande luftgap

$$\lambda_1 = N_1\phi = N_1^2\frac{\mu_0 A_{\mathrm{c}}}{g}i_1 + N_1N_2\frac{\mu_0 A_{\mathrm{c}}}{g}i_2 = L_{11}i_1 + L_{12}i_2 \tag{1.33, 1.34}$$

$$\lambda_2 = N_2\phi = N_2^2\frac{\mu_0 A_{\mathrm{c}}}{g}i_2 + N_2N_1\frac{\mu_0 A_{\mathrm{c}}}{g}i_1 = L_{22}i_2 + L_{21}i_1 \tag{1.37, 1.38}$$

1.2.7 Induktans och ömseinduktans för enkel magnetisk krets

För en magnetisk krets med en spole och dominerande luftgap fås

$$L = \frac{N^2 \mu_0 A_\mathrm{g}}{g} \tag{1.30}$$

För en **enkel** magnetisk krets med två spolar på en slinga med dominerande luftgap fås

$$L_{11} = \frac{N_1^2 \mu_0 A_\mathrm{g}}{g} \tag{1.35}$$

$$L_{12} = N_1 N_2 \frac{\mu_0 A_\mathrm{g}}{g} \tag{1.36}$$

$$L_{21} = L_{12}$$

$$L_{22} = \frac{N_2^2 \mu_0 A_\mathrm{g}}{g} \tag{1.39}$$

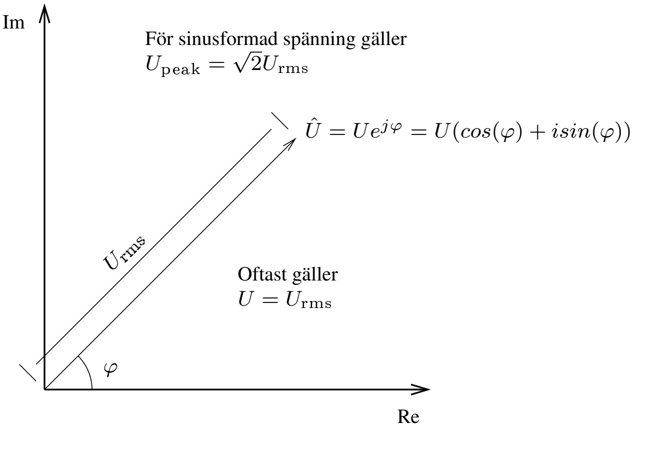
1.2.8 Effektivvärde för sinusformat flöde

$$\varphi = \phi_\mathrm{peak} \sin \omega t \Rightarrow e_\mathrm{rms} = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega N \phi_\mathrm{peak} = \sqrt{2} \pi f N \phi_\mathrm{peak} \tag{1.47, 1.51}$$

Kapitel 2
Transformatorn

2.1 Beteckningar och nomenklatur

2.1.1 Exempel på beteckningar för effektivvärde, toppvärde och komplex representation



Notera att beteckningarna används för att förtydliga om det rör sig om vektorer eller absolutbelopp för ström och spänning medans det för kretselementen, X, R och $Z = R+jX$, är underförstått att Z alltid representerar den komplexa vektorn.

2.1.2 Benämningar på transformatorns lindningar

Man skiljer på *primärlindning* och *sekundärlindning* genom att primärlindningen tar emot effekt från källan medan sekundärlindningen avger effekt till lasten. Vidare använder man ibland *hög-* och *låg-spänningslindning* eller analogt *upplindning* och *nedlindning*.

2.2 Ekvationer och samband

2.2.1 Transformator utan last

Antag att strömmen i genom primärspolen ger ett sinusformat flöde $\varphi = \phi_{\max} \sin(\omega t)$ då blir spänningen på primärsidan

$$e_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = N_1 \frac{d\varphi}{dt} = N_1 \omega \phi_{\max} \cos(\omega t) \tag{2.1, 2.4}$$

och på sekundärsidan

$$e_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} = N_2 \frac{d\varphi}{dt} \tag{2.9}$$

För en spänning med effektivvärde E_1 på primärsidan och sinusformat flöde gäller att

$$\phi_{\max} = \frac{E_1 \sqrt{2}}{N_1 \omega} = \frac{E_1}{\sqrt{2}\pi f N_1} \tag{2.6}$$

2.2.2 Omsättning

Omsättningen eller *turns ratio*, t.ex. här betecknad k_{oms}, kopplar spänningar och strömmar på primär och sekundärsidan enligt

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = k_{\text{oms}}, \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} = k_{\text{oms}}^{-1} \tag{2.10, 2.13}$$

2.2.3 Ekvivalent impedans

För en ideal transformator kan en last Z på sekundärsidan ersättas med en ekvivalent last på primärsidan eller tvärtom enligt

$$Z_2' = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 \quad \text{och} \quad Z_1' = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 Z_1 \tag{2.19}$$

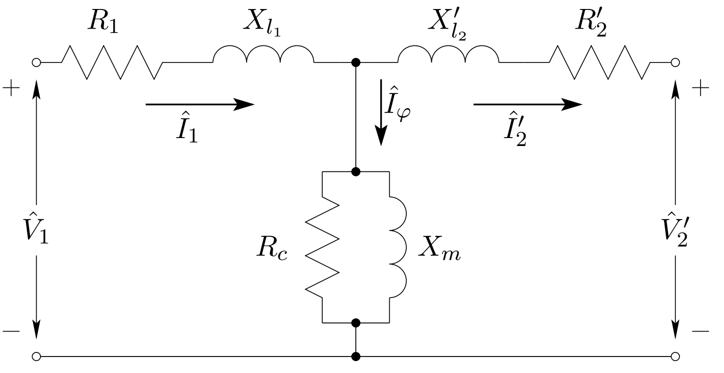
där Z_1 härstammar från primärsidan och Z_2 från sekundärsidan. Konceptet kan användas för att helt eliminera en ideal transformator ur en krets genom att även ersätta spänning och strömmar enligt

$$V_2' = \frac{N_1}{N_2} V_2 \tag{2.28}$$

$$I_2' = \frac{N_2}{N_1} I_2 \tag{2.23}$$

2.3 Transformatormodell

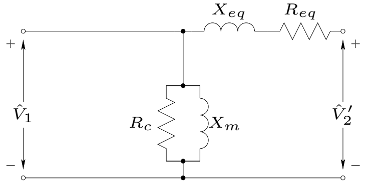
Transformatorn brukar modelleras enligt följande kretsschema

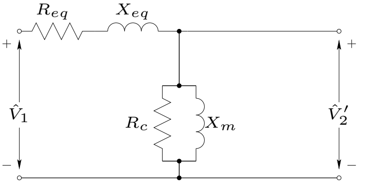


där alltså omsättningsförhållandet har används för att eliminera den ideala transformatorn ur kretsen.

2.3.1 Approximativ transformatormodell

Beroende på driftstillstånd kan man approximera transformatormodellen med kretsar enligt





där $X_{\mathrm{eq}} = X_{l_1} + X'_{l_2}$ och $R_{\mathrm{eq}} = R_1 + R'_2$.

2.3.2 Impedans vid kortslutningsprov, sett från primärsidan

Eftersom $Z_\varphi = R_{\mathrm{c}}//X_{\mathrm{m}}$ är stor i förhållande till $Z_2 = R_2 + jX_{l_2}$ så gäller att

$$Z_{\mathrm{sc}} = R_1 + jX_{l_1} + \frac{Z_\varphi(R_2 + jX_{l_2})}{Z_\varphi + R_2 + jX_{l_2}} \approx R_1 + jX_{l_1} + R_2 + jX_{l_2} \qquad (2.29,\ 2.30)$$

vilket alltså svarar mot kortslutning av den högra kretsen ovan.

2.3.3 Impedans för tomgångsprov, sett från primärsidan

Eftersom $Z_\varphi = R_{\mathrm{c}}//X_{\mathrm{m}}$ är stor i förhållande till Z_1 så blir spänningsfallet över Z_1 litet så att effekten P_{oc} i princip motsvarar järnförlusterna. Därför gäller att

$$Z_{\mathrm{oc}} = R_1 + jX_{l_1} + Z_\varphi \approx Z_\varphi \qquad (2.34)$$

vilket alltså svarar mot en öppen variant av den vänstra kretsen ovan.

2.3.4 Parametersättning

Parametrarna för transformatormodellen bestäms enligt

$$R_\mathrm{c} = \frac{V_\mathrm{oc}^2}{P_\mathrm{oc}} \tag{2.36}$$

$$R_\mathrm{eq} = \frac{P_\mathrm{sc}}{I_\mathrm{sc}^2} \tag{2.32}$$

$$|Z_\mathrm{eq}| = \frac{V_\mathrm{sc}}{I_\mathrm{sc}} \tag{2.31}$$

$$X_\mathrm{eq} = \sqrt{|Z_\mathrm{eq}|^2 - R_\mathrm{eq}^2} = \sqrt{(V_\mathrm{sc}/I_\mathrm{sc})^2 - (P_\mathrm{sc}/I_\mathrm{sc}^2)^2} \tag{2.33}$$

$$X_\mathrm{m} = (|Z_\varphi|^{-2} - R_\mathrm{c}^{-2})^{-1/2} = ((V_\mathrm{oc}/I_\mathrm{oc})^{-2} - (V_\mathrm{oc}^2/P_\mathrm{oc})^{-2})^{-1/2} \tag{2.37, 2.38}$$

där Z_φ är parallellkopplingen mellan R_c och X_m.

I de fall där X_{l_1}, X_{l_2}, R_1 och R_2 behövs så brukar man anta

$$R_1 = R_2 = \frac{1}{2} R_\mathrm{eq} \quad \text{samt} \quad X_{l_1} = X_{l_2} = \frac{1}{2} X_\mathrm{eq}$$

men eftersom R_1 och R_2 är direkt mätbara så kan man även använda dessa värden direkt.

2.3.5 Förlusteffekter

$$P_\mathrm{winding} = R_{\mathrm{eq},H} I_\mathrm{H}^2, \quad P_\mathrm{core} = \frac{V_\mathrm{H}^2}{R_{c,H}}$$

där alla storheter refererats till högspänningssidan.

Kapitel 3

Elektromekaniska Energiöverföringsprinciper

3.1 Grundläggande ekvationer

3.1.1 Moment

Momentet kring en axel definieras som en vektor i axelns riktning. Positivt moment i axelns riktning för ett högersystem avser moment moturs enligt följande

$$\bar{T} = \bar{r} \times \bar{F}$$

3.1.2 Lorentz kraftlag

$$\bar{F} = q(\bar{E} + \bar{v} \times \bar{B}) \quad [\mathrm{N}] \tag{3.1}$$

vilket ofta förenklas enligt

$$\begin{aligned} \bar{F}_{\mathrm{v}} &= \bar{J} \times \bar{B} \quad [\mathrm{N/Volymsenhet}] \quad \text{eller} \\ \bar{F}_{\mathrm{l}} &= \bar{I} \times \bar{B} \quad [\mathrm{N/m}] \end{aligned} \tag{3.6}$$

3.2 Moment från energibetraktelse

3.2.1 Kraft och moment från energi

Eftersom λ och x är tillståndsvariabler kan vi skriva

$$dW_{\mathrm{fld}} = \left.\frac{\partial W_{\mathrm{fld}}}{\partial \lambda}\right|_x d\lambda + \left.\frac{\partial W_{\mathrm{fld}}}{\partial x}\right|_\lambda dx \quad \text{eller} \tag{3.24}$$

$$dW_{\mathrm{fld}} = i\,d\lambda - f_{\mathrm{fld}}\,dx \tag{3.22}$$

Energin kan därmed skrivas som

$$W_{\mathrm{fld}}(\lambda, x) = \int_0^\lambda i(\lambda', x) d\lambda' \tag{3.18}$$

För **linjära** system, tex system med dominerande luftgap gäller som vi vet att $\lambda = L(x)i$ och vi kan därför skriva

$$W_{\text{fld}}(\lambda, x) = \frac{\lambda^2}{2L(x)} = \frac{1}{2}L(x)i^2 \tag{3.19}$$

Uttryck för kraft och moment

För **roterande** system kan x och f_{fld} ersättas med θ och T_{fld} i uttrycken nedan. Antag att vi har ett uttryck för W_{fld}. Vi kan då använda att

$$f_{\text{fld}} = -\left.\frac{\partial W_{\text{fld}}}{\partial x}\right|_{\lambda} \quad \text{och} \quad i = \left.\frac{\partial W_{\text{fld}}}{\partial \lambda}\right|_{x} \tag{3.25, 3.26}$$

och för **linjära** system får vi då

$$f_{\text{fld}} = -\frac{\partial}{\partial x}\left.\left(\frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{L(x)}\right)\right|_{\lambda} = \frac{\lambda^2}{2L(x)^2}\frac{dL(x)}{dx} = \frac{i^2}{2}\frac{dL}{dx} \tag{3.27, 3.28}$$

Det är av yttersta vikt att x **och** λ **hålls konstanta** i respektive uträkning av de partiella derivatorna ovan. Detta är svårare än många tror och det kan därför finnas anledning att istället titta på komplementenergin.

3.2.2 Kraft och moment från komplementenergi

Komplementenergi definieras

$$W'_{\text{fld}} = i\lambda - W_{\text{fld}} \tag{3.34}$$

och vi får därmed

$$dW'_{\text{fld}} = \lambda\, di + f_{\text{fld}}\, dx \tag{3.37}$$

Komplementenergin beräknas analogt med energin enligt

$$W'_{\text{fld}}(i, x) = \int_0^i \lambda(i', x)di' \tag{3.41}$$

vilket för **linjära** system förenklas till

$$W'_{\text{fld}}(i, x) = \frac{1}{2}L(x)i^2 \ (= W_{\text{fld}}) \tag{3.42}$$

Uttryck för kraft och moment

För **roterande** system kan x och f_{fld} ersättas med θ och T_{fld} i uttrycken nedan. På samma sätt som tidigare kan komplementenergins differential uttryckas enligt

$$dW'_{\text{fld}} = \left.\frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial i}\right|_{x} di + \left.\frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial x}\right|_{i} dx \tag{3.38}$$

och vi kan identifiera

$$f_{\text{fld}} = \left.\frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial x}\right|_i \quad \text{och} \quad \lambda = \left.\frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial i}\right|_x \tag{3.39, 3.40}$$

Det är av yttersta vikt att i **och** x **hålls konstanta** i resp uträkning av de partiella derivatorna ovan. Detta är dock betydligt enklare än att hålla x och λ konstanta i motsvarande uttryck för energi.

3.2.3 Energi och komplementenergi för system med två spolar

För en enkel magnetisk krets med två spolar på en slinga fås följande energiuttryck

$$dW_{\text{fld}}(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - T_{\text{fld}} d\theta \quad \text{vilket ofta integreras enligt} \tag{3.52}$$

$$W_{\text{fld}}(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = \int_0^{\lambda_2} i_2(\lambda'_1 = 0, \lambda'_2, \theta' = \theta) d\lambda'_2 + \int_0^{\lambda_1} i_1(\lambda'_1, \lambda'_2 = \lambda_2, \theta' = \theta) d\lambda'_1 \tag{3.56}$$

och motsvarande uttryck för komplementenergin blir

$$dW'_{\text{fld}}(i_1, i_2, \theta) = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + T_{\text{fld}} d\theta \quad \text{vilket ofta integreras enligt} \tag{3.65}$$

$$W'_{\text{fld}}(i_1, i_2, \theta) = \int_0^{i_2} \lambda_2(i'_1 = 0, i'_2, \theta' = \theta) di'_2 + \int_0^{i_1} \lambda_1(i'_1, i'_2 = i_2, \theta' = \theta) di'_1 \tag{3.69}$$

För **linjära system**, typiskt med dominerande luftgap, blir uttrycket för komplementenergi speciellt enkelt

$$W'_{\text{fld}}(i_1, i_2, \theta) = \frac{1}{2} L_{11}(\theta) i_1^2 + L_{12}(\theta) i_1 i_2 + \frac{1}{2} L_{22}(\theta) i_2^2 \tag{3.70}$$

Kapitel 4

Grundläggande Principer för Elmaskiner

4.1 Elektriska och Mekaniska vinkelstorheter

$$\theta_{\mathrm{ae}} = \left(\frac{\text{poles}}{2}\right)\theta_{\mathrm{a}} \quad \text{där } \theta_{\mathrm{a}} \text{ mäts i förhållande till statorn} \tag{4.1}$$

$$f_{\mathrm{e}} = \left(\frac{\text{poles}}{2}\right)\frac{n}{60} \quad \text{elektrisk frekvens med varvtal n i rpm} \tag{4.2}$$

$$\omega_{\mathrm{e}} \quad \text{elektrisk vinkelhastighet}$$

$$\omega_{\mathrm{s}} = \left(\frac{2}{\text{poles}}\right)\omega_{\mathrm{e}} \quad \text{synkron vinkelhastighet} \tag{4.42}$$

$$n_{\mathrm{s}} = \frac{120}{\text{poles}} f_{\mathrm{e}} \quad [\text{rpm}] \tag{4.44}$$

$$\omega_{\mathrm{me}} = \left(\frac{\text{poles}}{2}\right)\omega_{\mathrm{m}} \quad \text{mekanisk rotorhastighet i elektriska [rad/s]}$$

4.2 Mmk och magnetfält för cylindrisk rotor

Grundton för luftgaps-Mmk hos koncentrerade och distribuerade lindningar

$$\mathcal{F}_{ag1} = \frac{4}{\pi}\left(\frac{Ni}{2}\right)\cos(\theta_{\mathrm{a}}) \quad \begin{array}{l}\text{för koncentrerad lindning}\\ \text{med två poler}\end{array} \tag{4.4}$$

$$(\mathcal{F}_{ag1})_{\mathrm{peak}} = \frac{4}{\pi}\left(\frac{Ni}{2}\right) \tag{4.5}$$

$$\mathcal{F}_{ag1} = \frac{4}{\pi}\left(\frac{k_{\mathrm{w}}N_{\mathrm{ph}}}{\text{poles}}\right) i_{\mathrm{a}}\cos\left(\frac{\text{poles}}{2}\theta_{\mathrm{a}}\right) \quad \begin{array}{l}\text{för distribuerad lindning}\\ \text{med generellt poltal}\end{array} \tag{4.6}$$

Här är k_{w} är lindningsfaktor, N_{ph} är varv per fas och i_{a} är strömmen i lindningen.

Luftgapsmagnetfält för utbredd lindning, cylindrisk rotor

$$\begin{aligned} H_{ag1} &= \frac{\mathcal{F}_{ag1}}{g} = \\ &= / \text{ tvåpolig } / = \frac{4}{\pi}\left(\frac{Ni}{2g}\right)\cos(\theta_\mathrm{a}) \\ &= / \text{ generell } / = \frac{4}{\pi}\left(\frac{k_\mathrm{w}N_\mathrm{ph}}{g\cdot \mathrm{poles}}\right) i_\mathrm{a}\cos\left(\frac{\mathrm{poles}}{2}\theta_\mathrm{a}\right) \end{aligned} \tag{4.13 - 4.16}$$

Mmk-våg för 1-fas sinusformad ström

När $i_\mathrm{a} = I_\mathrm{a}\cos(\omega_\mathrm{e}t)$ sätts in i (4.17) erhålles

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{ag1} &= \frac{4}{\pi}\left(\frac{k_\mathrm{w}N_\mathrm{ph}}{\mathrm{poles}}\right) I_\mathrm{a}\cos\left(\frac{\mathrm{poles}}{2}\theta_\mathrm{a}\right)\cos(\omega_\mathrm{e}t) = \\ &= \mathcal{F}_\mathrm{max}\left(\frac{1}{2}\cos\left(\theta_\mathrm{ae} - w_\mathrm{e}t\right) + \frac{1}{2}\cos\left(\theta_\mathrm{ae} + w_\mathrm{e}t\right)\right) \\ &= \mathcal{F}^+_{ag1} + \mathcal{F}^-_{ag1} \end{aligned} \tag{4.19 - 4.21}$$

$$\mathcal{F}^+_{ag1} = \frac{1}{2}\mathcal{F}_\mathrm{max}\cos\left(\theta_\mathrm{ae} - w_\mathrm{e}t\right) \tag{4.22}$$

$$\mathcal{F}^-_{ag1} = \frac{1}{2}\mathcal{F}_\mathrm{max}\cos\left(\theta_\mathrm{ae} + w_\mathrm{e}t\right) \tag{4.23}$$

Mmk-våg 3-fas sinusformad ström

För 3-fas 120° med strömmarna $i_\mathrm{a} = I_\mathrm{m}\cos(\omega_\mathrm{e}t)$, $i_\mathrm{b} = I_\mathrm{m}\cos(\omega_\mathrm{e}t - 120°)$ och $i_\mathrm{c} = I_\mathrm{m}\cos(\omega_\mathrm{e}t + 120°)$ fås

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{a1} &= \frac{1}{2}\mathcal{F}_\mathrm{max}\left(\cos\left(\theta_\mathrm{ae} - w_\mathrm{e}t\right) + \cos\left(\theta_\mathrm{ae} + w_\mathrm{e}t\right)\right) \\ \mathcal{F}_{b1} &= \frac{1}{2}\mathcal{F}_\mathrm{max}\left(\cos\left(\theta_\mathrm{ae} - w_\mathrm{e}t\right) + \cos\left(\theta_\mathrm{ae} + w_\mathrm{e}t + 120°\right)\right) \\ \mathcal{F}_{c1} &= \frac{1}{2}\mathcal{F}_\mathrm{max}\left(\cos\left(\theta_\mathrm{ae} - w_\mathrm{e}t\right) + \cos\left(\theta_\mathrm{ae} + w_\mathrm{e}t - 120°\right)\right) \end{aligned}$$

vilket ger en roterande Mmk våg enligt

$$\mathcal{F}(\theta_\mathrm{ae}, t) = \frac{3}{2}\mathcal{F}_\mathrm{max}\cos\left(\frac{\mathrm{poles}}{2}\theta_\mathrm{a} - w_\mathrm{e}t\right) \tag{4.41}$$

4.3 Spännings- och ström-samband

4.3.1 Inducerad spänning vid ström i fältlindning

Magnetflöde för cylindrisk rotor med ström i fältlindning

$$\begin{aligned} B &= H_{\mathrm{ag}}\mu_0 = B_{\mathrm{peak}} \cos\left(\frac{\mathrm{poles}}{2}\theta\right) = \\ &= \frac{4}{\pi}\frac{\mu_0}{g}\left(\frac{k_f N_f}{\mathrm{poles}}\right) I_f \cos\left(\frac{\mathrm{poles}}{2}\theta\right) \end{aligned} \tag{4.45 - 4.46}$$

$$\begin{aligned} \Phi_{\mathrm{p}} &= /\text{flux per pole}/ = l \int_{-\pi/\mathrm{poles}}^{+\pi/\mathrm{poles}} B_{\mathrm{peak}} \cos\left(\frac{\mathrm{poles}}{2}\theta\right) r d\theta = \\ &= \left(\frac{2}{\mathrm{poles}}\right) 2 B_{\mathrm{peak}} l r \quad \text{sett från rotorn} \end{aligned} \tag{4.47}$$

Detta ger ett sammanlänkat flöde och spänning enligt

$$\lambda_{\mathrm{a}} = k_{\mathrm{w}} N_{\mathrm{ph}} \Phi_{\mathrm{p}} \cos\left(\left(\frac{\mathrm{poles}}{2}\right)\omega_{\mathrm{m}} t\right) = k_{\mathrm{w}} N_{\mathrm{ph}} \Phi_{\mathrm{p}} \cos(\omega_{\mathrm{me}} t) \tag{4.48}$$

$$e_{\mathrm{a}} = \frac{d\lambda_{\mathrm{a}}}{dt} = k_{\mathrm{w}} N_{\mathrm{ph}} \frac{d\Phi_{\mathrm{p}}}{dt} \cos(\omega_{\mathrm{me}} t) - \omega_{\mathrm{me}} k_{\mathrm{w}} N_{\mathrm{ph}} \Phi_{\mathrm{p}} \sin(\omega_{\mathrm{me}} t) \tag{4.49}$$

$$e_{\mathrm{a}} = -\omega_{\mathrm{me}} k_{\mathrm{w}} N_{\mathrm{ph}} \Phi_{\mathrm{p}} \sin(\omega_{\mathrm{me}} t) \quad \text{för konstant luftgapsflöde} \tag{4.50}$$

Notera att uttrycket för λ_{a} förutsätter att strömmen i statorn är noll.

4.3.2 Spänningar över stator och rotor

Samband mellan strömmar och sammanlänkade flöden är:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{\mathrm{s}} \\ \lambda_{\mathrm{r}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\mathrm{ss}} & \mathcal{L}_{\mathrm{sr}}(\theta_{\mathrm{me}}) \\ \mathcal{L}_{\mathrm{sr}}(\theta_{\mathrm{me}}) & L_{\mathrm{rr}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\mathrm{s}} \\ i_{\mathrm{r}} \end{bmatrix} \tag{4.60}$$

Spänningarna över lindningarna ges av

$$v_{\mathrm{s}} = R_{\mathrm{s}} i_{\mathrm{s}} + \frac{d\lambda_{\mathrm{s}}}{dt} \tag{4.61}$$

$$v_{\mathrm{r}} = R_{\mathrm{r}} i_{\mathrm{r}} + \frac{d\lambda_{\mathrm{r}}}{dt} \tag{4.62}$$

Eliminering av de sammanlänkade flödena ger

$$v_{\mathrm{s}} = R_{\mathrm{s}} i_{\mathrm{s}} + L_{\mathrm{ss}} \frac{di_{\mathrm{s}}}{dt} + \frac{d}{dt}\mathcal{L}_{\mathrm{sr}}(\theta_{\mathrm{me}}) i_{\mathrm{r}} \tag{4.63}$$

$$v_{\mathrm{r}} = R_{\mathrm{r}} i_{\mathrm{r}} + L_{\mathrm{rr}} \frac{di_{\mathrm{r}}}{dt} + \frac{d}{dt}\mathcal{L}_{\mathrm{sr}}(\theta_{\mathrm{me}}) i_{\mathrm{s}} \tag{4.64}$$

4.4 Momentsamband

4.4.1 Cylindrisk rotor (non-saliant), kretsresonemang

$$\begin{aligned} W'_{\mathrm{fld}} &= \frac{1}{2}L_{\mathrm{ss}}i_{\mathrm{s}}^2 + \frac{1}{2}L_{\mathrm{rr}}i_{\mathrm{r}}^2 + L_{\mathrm{sr}}i_{\mathrm{s}}i_{\mathrm{r}}\cos\theta_{\mathrm{me}} = \\ &= \frac{1}{2}L_{\mathrm{ss}}i_{\mathrm{s}}^2 + \frac{1}{2}L_{\mathrm{rr}}i_{\mathrm{r}}^2 + L_{\mathrm{sr}}i_{\mathrm{s}}i_{\mathrm{r}}\cos\left(\left(\frac{\mathrm{poles}}{2}\right)\theta_{\mathrm{m}}\right) \end{aligned} \tag{4.66}$$

$$\begin{aligned} T &= \left.\frac{\partial W'_{\mathrm{fld}}}{\partial\theta_{\mathrm{m}}}\right|_{i_{\mathrm{s}},i_{\mathrm{r}}} = \frac{\mathrm{poles}}{2}\left.\frac{\partial W'_{\mathrm{fld}}}{\partial\theta_{\mathrm{me}}}\right|_{i_{\mathrm{s}},i_{\mathrm{r}}} = \\ &= -\left(\frac{\mathrm{poles}}{2}\right)L_{\mathrm{sr}}i_{\mathrm{s}}i_{\mathrm{r}}\sin(\theta_{\mathrm{me}}) \end{aligned} \tag{4.67}$$

4.4.2 Cylindrisk rotor (non-saliant), fältresonemang

F_{s} och F_{r} är längden på vektorerna $\mathbf{F}_{\mathrm{s}}$ och $\mathbf{F}_{\mathrm{r}}$ som representerar MMK-vågorna $\mathcal{F}_{\mathrm{s}}$ och $\mathcal{F}_{\mathrm{r}}$. Vinklarna δ_{sr}, δ_{s} och δ_{r} representerar riktningen på dessa vektorer.

$$W'_{\mathrm{fld}} = \frac{\pi D l \mu_0}{4g}(F_{\mathrm{s}}^2 + F_{\mathrm{r}}^2 + 2F_{\mathrm{s}}F_{\mathrm{r}}\cos\delta_{\mathrm{sr}}) \tag{4.73}$$

$$T = -\left(\frac{\mathrm{poles}}{2}\right)\left(\frac{\mu_0\pi D l}{2g}\right)F_{\mathrm{s}}F_{\mathrm{r}}\sin(\delta_{\mathrm{sr}}) \quad \text{uttryckt i } F_{\mathrm{s}} \text{ och } F_{\mathrm{r}} \tag{4.75}$$

$$T = -\left(\frac{\mathrm{poles}}{2}\right)\left(\frac{\pi D l}{2}\right)B_{\mathrm{sr}}F_{\mathrm{r}}\sin(\delta_{\mathrm{r}}) \quad \text{uttryckt i } B_{\mathrm{sr}} \text{ och } F_{\mathrm{r}} \tag{4.80}$$

Med $\Phi_{\mathrm{p}} = \left(\frac{2Dl}{\mathrm{poles}}\right)B_{\mathrm{peak}}$ från (4.47) fås

$$T = -\frac{\pi}{2}\left(\frac{\mathrm{poles}}{2}\right)^2\Phi_{\mathrm{sr}}F_{\mathrm{r}}\sin\delta_{\mathrm{r}} \tag{4.81 - 4.83}$$

Kapitel 5

Likströmsmotorer

5.1 MMK och magnetfält

Toppvärde för MMK-våg, sågtand respektive dess grundton

$$(\mathcal{F}_{\mathrm{ag}})_{peak} = \left(\frac{C_{\mathrm{a}}}{2m\,\mathrm{poles}}\right) i_{\mathrm{a}} = \left(\frac{N_{\mathrm{a}}}{\mathrm{poles}}\right) i_{\mathrm{a}} \qquad (4.10 - 4.11)$$

$$(\mathcal{F}_{ag1})_{peak} = \frac{8}{\pi^2}\left(\frac{N_{\mathrm{a}}}{\mathrm{poles}}\right) i_{\mathrm{a}} \quad \text{för grundtonen} \qquad (4.12)$$

där C_{a} är antal ledare i ankarlindningen, N_{a} antal ledare i serie och m antalet parallella vägar genom lindningen.

5.2 Modell

5.2.1 Spännings- och moment-samband för likströmsmotorn

Flödena i en likströmsmotor är i princip ortogonala och man definierar fältens riktningar enligt *kvadratur* respektive *direkt* axel för ankar- respektive fält-lindningarna. Vi har att

$$\Phi_{\mathrm{d}} = \Phi_{\mathrm{p}} \quad \text{flöde per pol från fältlindningen, dvs i direkt-axelns riktning}$$

$$\Phi_{\mathrm{d}} = \mathcal{R}_{\mathrm{d}}^{-1} \sum N_f i_f \quad \text{där endast inverkan av fältströmmen tagits med} \qquad (7.12)$$

Momentsamband

$$T_{\mathrm{mech}} = K_{\mathrm{a}} \Phi_{\mathrm{d}}(I_f) I_{\mathrm{a}} \quad \text{med } K_{\mathrm{a}} = \frac{\mathrm{poles}\, C_{\mathrm{a}}}{2\pi m} \qquad (7.5,\ 7.6)$$

Spänningssamband

Medelvärdesbildning av (4.50) över en halv period ger

$$E_\mathrm{a} = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \omega_\mathrm{me} N \Phi_\mathrm{p} \sin(\omega_\mathrm{me} t) d(\omega_\mathrm{me} t) = \frac{2}{\pi}\omega_\mathrm{me} N \Phi_\mathrm{p} = \quad \Big/ \begin{array}{l}\text{med } N = N_\mathrm{a} \text{ och} \\ \text{för multipol fås}\end{array} \Big/$$
$$= \left(\frac{\mathrm{poles}}{2\pi}\right)\left(\frac{C_\mathrm{a}}{m}\right)\Phi_\mathrm{p}\omega_\mathrm{m} = \left(\frac{\mathrm{poles}}{60}\right)\left(\frac{C_\mathrm{a}}{m}\right)\Phi_\mathrm{p} n \qquad (4.53 - 4.55)$$

När konstruktionskonstanterna klumpas ihop och Φ_d används för att understryka riktningen på flödet Φ_p kan vi därför skriva

$$E_\mathrm{a} = K_\mathrm{a}\Phi_\mathrm{d}(I_f)\omega_\mathrm{m} \quad \text{med } K_\mathrm{a} = \frac{\mathrm{poles}\, C_\mathrm{a}}{2\pi m} \qquad (7.6,\ 7.7)$$

För ett givet $\Phi_\mathrm{d}(I_f)$ och ett E_{a0} uppmätt vid varvtalet ω_m0 fås därmed

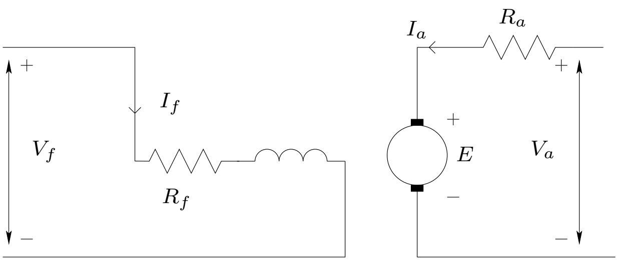
$$E_\mathrm{a} = \left(\frac{\omega_\mathrm{m}}{\omega_\mathrm{m0}}\right) E_\mathrm{a0} \qquad (7.10)$$

Samband för det linjära området

I det linjära området för en likströmsmotor kan man sätta $K_\mathrm{a}\Phi_\mathrm{d}(I_f) = K_f I_f$ så att

$$\begin{aligned} E_\mathrm{a} &= K_\mathrm{a}\Phi_\mathrm{d}(I_f)\omega_\mathrm{m} = K_\mathrm{f} I_f \omega_\mathrm{m} \\ T_\mathrm{mech} &= K_f I_f I_\mathrm{a} \end{aligned}$$

Likströmsmotorns ekvivalenta kretsschema



Figur 5.1: Generell DC-motorkrets. För serie-, shunt- och kompund-kopplingar så används olika inkopplingar av fältlindningen. För kompund-motorn används två fältlindningar, kopplade både i serie och parallellt.

5.2.2 Effektsamband

Kombineras uttrycken för spänning och moment så inses att följande gäller

$$E_\mathrm{a} I_\mathrm{a} = K_\mathrm{a} \Phi_\mathrm{d}(I_f) I_\mathrm{a} \omega_\mathrm{m} = T_\mathrm{mech} \omega_\mathrm{m} \tag{7.19}$$

vilket ger effektsambandet

$$P_\mathrm{mech} = E_\mathrm{a} I_\mathrm{a}$$

5.2.3 Inverkan av stora ankarströmmar

En typisk magnetiseringskurva ger ett samband mellan fältström och elektromotorisk kraft enligt

$$E_\mathrm{a} = \left(\frac{\omega_\mathrm{m}}{\omega_{m0}}\right) E_\mathrm{a0}(I_f) \quad \text{där} \quad E_\mathrm{a0}(I_f) = K_\mathrm{a} \Phi_\mathrm{d}(I_f)\, \omega_{m0}$$

Med användning av begreppet *shunt-ekvivalent fältström*, här kallat $I_{f,\mathrm{net}}$, för att fånga samverkan mellan serie-lindning och shunt-lindning samt tillägg av påverkan av ankarström får vi

$$I_{f,\mathrm{net}} = I_{f,\mathrm{shunt}} + \frac{N_\mathrm{serie}}{N_{shunt}} I_{f,\mathrm{serie}} \tag{7.24}$$

$$E_\mathrm{a} = \left(\frac{\omega_\mathrm{m}}{\omega_{m0}}\right) E_\mathrm{a0}(I_{f,\mathrm{net}}, I_\mathrm{a}) = K_\mathrm{a} \Phi_\mathrm{d}(I_{f,\mathrm{net}}, I_\mathrm{a}) \omega_\mathrm{m}$$

vilket t.ex. kan modelleras enligt

$$E_\mathrm{a} = \left(\frac{\omega_\mathrm{m}}{\omega_{m0}}\right) E_\mathrm{a0}(I_{f,\mathrm{eff}}) = K_\mathrm{a} \Phi_\mathrm{d}(I_{f,\mathrm{eff}}) \omega_\mathrm{m} \quad \text{med}$$

$$I_{f,\mathrm{eff}} = I_{f,\mathrm{net}} - f(I_\mathrm{a}) \quad \text{eller} \quad I_{f,\mathrm{eff}} = I_{f,\mathrm{net}} - f(I_\mathrm{a}, I_{f,\mathrm{net}})$$

5.2.4 Likströmsmotorer med permanentmagnet

När fältlindningen ersätts med en permanentmagnet så kan flödet Φ_d bakas ihop med konstanten K_a till $K_\mathrm{m} = K_\mathrm{a}\Phi_\mathrm{d}$. Detta kan skrivas

$$\begin{aligned} \Phi_\mathrm{d} \quad \text{konst.} \quad &\Longrightarrow \Big/ \text{med} \quad K_\mathrm{m} = K_\mathrm{a}\Phi_\mathrm{d} \Big/ \Longrightarrow \\ E_\mathrm{a} &= K_\mathrm{m}\,\omega_\mathrm{m} \\ T_\mathrm{mech} &= \frac{E_\mathrm{a} I_\mathrm{a}}{\omega_\mathrm{m}} = K_\mathrm{m} I_\mathrm{a} \end{aligned}$$

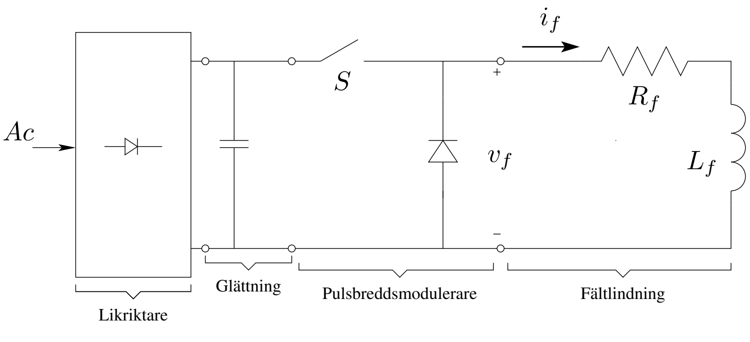
5.3 Varvtalsstyrning av DC-motorer

Varvtalsformeln för linjär motor ($T_\mathrm{mech} = K_f I_f I_\mathrm{a} = \frac{E_\mathrm{a} I_\mathrm{a}}{\omega_\mathrm{m}}$) blir

$$\omega_\mathrm{m} = \frac{(V_\mathrm{a} - I_\mathrm{a} R_\mathrm{a})}{K_f I_f} = \frac{\left(V_\mathrm{a} - \frac{T_\mathrm{load} R_\mathrm{a}}{K_f I_f}\right)}{K_f I_f} \tag{10.4}$$

där typiskt $I_\mathrm{a} R_\mathrm{a} = \frac{T_\mathrm{load} R_\mathrm{a}}{K_f I_f}$ är liten i förhållande till V_a.

- Fältstyrning sker genom att ändra v_f och därmed i_f



För switch med *tillslagstid* D fås

$$\begin{aligned} V_f &= D\,V_\mathrm{dc} \quad \text{och} \\ I_f &= \frac{V_f}{R_f} = D\left(\frac{V_\mathrm{dc}}{R_f}\right) \end{aligned}$$

- Styrning med hjälp av ankarresistans sker genom att ändra R_a. Det är lätt att inse att man för stora R_a får ett kraftigt lastberoende varvtal.

- Styrning med hjälp av ankarspänning sker genom att ändra V_a, med samma typ av krets som för fältstyrning där v_f ändras. Med en switchad H-brygga kan vi för en given likspänning V_dc uppnå $-V_\mathrm{dc} \le V_\mathrm{a} \le V_\mathrm{dc}$.

5.4 Effektivitet

Effektiviteten ges av

$$\eta = \frac{P_{\mathrm{ut}}}{P_{\mathrm{in}}} = \frac{P_{\mathrm{mech}} - P_{\mathrm{rot}}}{V_{\mathrm{a}} I_{\mathrm{a}} + V_f I_f}$$

Kapitel 6

Synkronmaskiner med Cylindrisk Rotor

6.1 MMK och magnetfält

Sammanlänkade flöden

$$\lambda_{\mathrm{a}} = L_{\mathrm{s}} i_{\mathrm{a}} + \mathcal{L}_{\mathrm{af}} i_f \qquad (5.18)$$

$$\lambda_f = \mathcal{L}_{\mathrm{fa}} i_{\mathrm{a}} + \mathcal{L}_{\mathrm{fb}} i_{\mathrm{b}} + \mathcal{L}_{\mathrm{fc}} i_{\mathrm{c}} + L_{\mathrm{ff}} i_f \qquad (5.5)$$

$$L_{\mathrm{s}} = \frac{3}{2} L_{aa0} + L_{a1}\ , \quad \mathcal{L}_{\mathrm{af}} = \mathcal{L}_{\mathrm{fa}} = L_{\mathrm{af}} \cos\left(\omega_{\mathrm{e}} t + \delta_{e0}\right) \qquad (5.10,\ 5.17)$$

6.2 Modell

6.2.1 Samband mellan moment, flöden och spänningar

Från (4.81) fås att

$$T = \frac{\pi}{2}\left(\frac{\text{poles}}{2}\right)^2 \Phi_{\mathrm{R}} F_f \sin\delta_{\mathrm{RF}} \qquad (5.1)$$

där

$\Phi_{\mathrm{R}} =$ resulterande luftgapsflöde per pol

$F_f =$ mmk för dc-lindningen

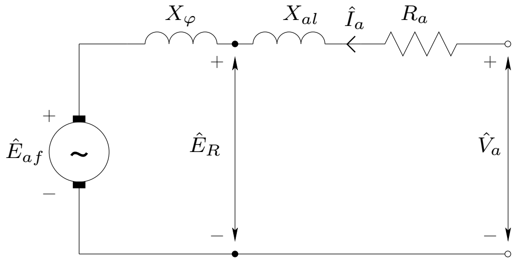
$\delta_{\mathrm{RF}} =$ elektrisk fasvinkel mellan axlarna för Φ_{R} och F_f

Vi har även att

$\Phi_{\mathrm{R}} \propto \dfrac{E_{\mathrm{R}}}{\omega} \Longleftrightarrow$ luftgapspänningen genereras av den resulterande luftgapsvågen

6.2.2 Ekvivalent krets för synkronmotor

Ekvivalent krets, motorreferensriktning



$$\hat{V}_\mathrm{a} = R_\mathrm{a}\hat{I}_\mathrm{a} + jX_\mathrm{s}\hat{I}_\mathrm{a} + \hat{E}_\mathrm{af} \tag{5.25}$$

$$\hat{E}_\mathrm{af} = j\left(\frac{\omega_\mathrm{e} L_\mathrm{af} I_f}{\sqrt{2}}\right)e^{j\delta_{e0}} \tag{5.24}$$

$$\hat{E}_\mathrm{R} = \hat{V}_\mathrm{a} - \hat{I}_\mathrm{a}\left(R_\mathrm{a} + jX_\mathrm{al}\right)$$

$$X_\mathrm{s} = X_\mathrm{al} + X_\varphi \tag{5.26}$$

Här är $X_\mathrm{al} = \omega L_\mathrm{al}$ *läckreaktansen* och $X_\varphi = \omega\left(\frac{3}{2}L_{aa0}\right)$ är *magnetiseringsreaktansen* medan $\hat{E}_\mathrm{R}$ är luftgapsspänningen.

6.2.3 Effektvinkelkaraktäristik vid jämvikt

Överförd effekt mellan två 3-faskällor $\hat{E}_1$ och $\hat{E}_2$ vid induktiv koppling är

$$P_1 = P_2 = 3\frac{E_1E_2}{X}\sin(\delta) \tag{5.45}$$

$$P_{1,\max} = P_{2,\max} = 3\frac{E_1E_2}{X} \tag{5.44}$$

där δ är fasvinkeln mellan $\hat{E}_1$ och $\hat{E}_2$ med δ positiv om $\hat{E}_1$ ligger före $\hat{E}_2$. Tillämpat på en 3-fasig synkronmaskin kopplad till ett nät med induktansen X_EQ och spänningen $\hat{V}_\mathrm{EQ}$ fås

$$P = 3\frac{E_\mathrm{af}V_\mathrm{EQ}}{X_\mathrm{s} + X_\mathrm{EQ}}\sin(\delta) \tag{5.47}$$

vilket kallas effektvinkelkaraktäristiken för en synkronmaskin och δ för effektvinkeln.

6.2.4 Driftskaraktäristik vid jämvikt

Effektbegränsningarna för en synkronmaskin kan tecknas som

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad \text{- skenbara effekten begränsas av ankarlindningen} \tag{5.48}$$

$$P^2 + \left(Q + \frac{V_\mathrm{a}^2}{X_\mathrm{s}}\right)^2 = \left(\frac{V_\mathrm{a}E_\mathrm{af}}{X_\mathrm{s}}\right)^2 \quad \text{- begränsning från fältlindningen} \tag{5.51}$$

Ofta specificeras märkeffekten som fasvinkel och skenbar effekt där de två kurvorna möts.

6.2.5 Karaktäristik för öppen och kortsluten krets

Vi har att

$$X_{s,u} = \frac{V_{a,\text{ag}}}{I_{a,\text{sc}}} \tag{5.29}$$

$$X_\text{s} = \frac{V_{a,\text{rated}}}{I'_\text{a}} \tag{5.30}$$

$$\text{SCR} = \frac{\text{AFNL}}{\text{AFSC}} = \frac{1}{X_\text{s}} \quad \text{med } X_\text{s} \text{ i per unit} \tag{5.34, 5.36}$$

där

$X_{s,u}$	-	Unsaturated synchronous reactance
X_s	-	Saturated value of synchronous reactance at rated voltage, $V_{a,\text{rated}}$
$V_{a,\text{ag}}$	-	Spänning från *air gap conditions*
$I_{a,\text{sc}}$	-	Ström från *short circuit conditions*
I'_a	-	Ankarström vid kortslutning som motsvarar den fältström som ger $V_{a,\texttt{rated}}$ för öppen krets
SCR	-	Short circuit ratio
AFNL	-	*Amperes Field No Load*, den fältström som ger $V_{a,\text{rated}}$ för öppen krets
AFSC	-	*Amperes field short circuit*, den fältström som ger $I_{a,\text{rated}}$ vid kortslutning

6.3 Varvtalsstyrning av synkronmotorn

Frekvensberoendet hos flödestätheten och dess inverkas på lämplig spänning och ström ges av

$$B_\text{peak} = \left(\frac{f_\text{rated}}{f_\text{e}}\right) B_\text{rated} \quad \text{om } V_\text{a} = V_\text{rated} \tag{10.11}$$

$$V_\text{a} = \left(\frac{f_\text{e}}{f_\text{rated}}\right) V_\text{rated} \quad \text{för } f_\text{e} \leq f_\text{rated} \text{ ger } B_\text{peak} = B_\text{rated} \tag{10.12}$$

$$I_\text{a} = I_{a,\text{rated}} \quad \text{dvs strömmen } I_\text{a} \text{ kan väljas till } I_{a,\text{rated}}$$

Typiskt ger detta att maxmomentet bibehålles för $f_\text{e} \leq f_\text{rated}$ medan istället maxeffekten bibehålles för $f_\text{e} \geq f_\text{rated}$.

6.4 Effektivitet

Effektiviteten bestäms av

$$\eta = \frac{P_\text{out}}{P_\text{in}} = \frac{P_\text{in} - P_\text{loss}}{P_\text{in}} = \frac{P_\text{in} - P_{R_\text{a}} - P_\text{stray} - P_{R_f} - P_\text{fric} - P_\text{core}}{P_\text{in}}$$

där

P_{in}	-	Total ineffekt, till både fält och ankar
$P_{R_{\mathrm{a}}}$	-	Förluster i ankarlindningen, typiskt $R_{\mathrm{a}} \cdot I_{\mathrm{a}}^2$
P_{R_f}	-	Förluster i fältlindningen, typiskt $R_f \cdot I_f^2$
P_{stray}	-	Förluster i ankarlindningen på grund av skin-effekt och virvelströmmar, typiskt $R_{\mathrm{stray}} \cdot I_{\mathrm{a}}^2$, temperaturoberoende
P_{fric}	-	Totala friktionsförluster, typiskt ωT_{fric}
P_{core}	-	Järnförluster för ommagnetisering av järnet i statorn, typiskt $\propto V_{\mathrm{t}}^2$ men egentligen mer korrekt $\propto E_{\mathrm{R}}^2$

Ibland slår man ihop effektförlusterna för skin-effekt och virvelströmmar samt för ankarresistansen enligt

$$
\begin{aligned}
R_{a,\mathrm{eff}} &= \frac{P_{\mathrm{loss,sc,load}}}{I_{a,\mathrm{sc}}^2} \qquad (5.40)\\
P_{R_{a,\mathrm{eff}}} &= R_{a,\mathrm{eff}}\, I_{\mathrm{a}}^2
\end{aligned}
$$

Kapitel 7
Asynkronmaskinen / Induktionsmaskinen

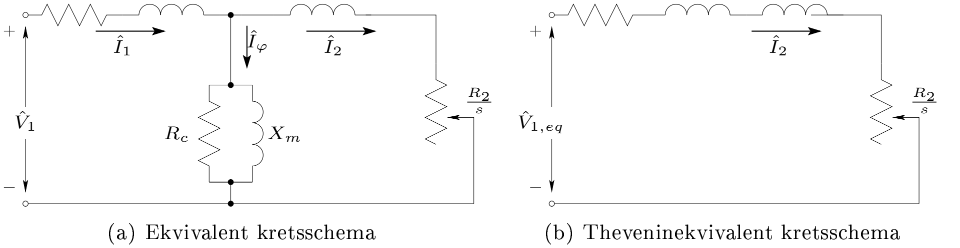
7.1 Modell

7.1.1 Frekvenssamband

Både magnetfältet från statorn och rotorn roterar i det synkrona varvtalet.

$$
\begin{aligned}
w_\mathrm{s} &= \frac{2\pi f_\mathrm{e}}{\mathrm{poles}/2} && \text{den synkrona vinkelhastigheten som funktion av elektrisk frekvens} \\
s &= \frac{\omega_\mathrm{s} - \omega_\mathrm{m}}{\omega_\mathrm{s}} && \begin{array}{l}\text{slippet är skillnaden i vinkelhastighet}\\ \text{delat med den synkrona vinkelhastigheten}\end{array} && (6.1) \\
\omega_\mathrm{m} &= (1-s)\omega_\mathrm{s} && \text{mekaniska hastigheten på rotorn} && (6.2,\ 6.3) \\
\omega_\mathrm{r} &= s\omega_\mathrm{s} && \text{relativa hastigheten mellan statorvåg och rotor} \\
f_\mathrm{r} &= s f_\mathrm{e} && \text{frekvensen på den i rotorn inducerade spänningen} && (6.4)
\end{aligned}
$$

7.1.2 Ekvivalent kretsschema



(a) Ekvivalent kretsschema

(b) Theveninekvivalent kretsschema

Samband mellan spänningarna och kretselementens storlekar för de två varianterna är

$$\hat{V}_{1,eq} = \hat{V}_1 \frac{jX_\mathrm{m}}{R_1 + j(X_1 + X_\mathrm{m})} \tag{6.32}$$

$$Z_{1,eq} = \frac{jX_\mathrm{m}(R_1 + jX_1)}{R_1 + j(X_1 + X_\mathrm{m})} = R_{1,eq} + jX_{1,eq} \tag{6.33, 6.34}$$

7.1.3 Momentsamband

Momentet kan uttryckas som funktion av theveninekvivalenta spänningar och kretselement enligt

$$T_\mathrm{mech} = \frac{1}{\omega_\mathrm{s}} \left[\frac{n_\mathrm{ph} V_{1,eq}^2 (R_2/s)}{(R_{1,eq} + (R_2/s))^2 + (X_{1,eq} + X_2)^2} \right] \tag{6.36}$$

$$T_\mathrm{max} = \frac{1}{\omega_\mathrm{s}} \left[\frac{0.5 n_\mathrm{ph} V_{1,eq}^2}{R_{1,eq} + \sqrt{R_{1,eq}^2 + (X_{1,eq} + X_2)^2}} \right] \quad \text{och fås vid} \tag{6.39}$$

$$s_\mathrm{maxT} = \frac{R_2}{\sqrt{R_{1,eq}^2 + (X_{1,eq} + X_2)^2}} \tag{6.38}$$

7.1.4 Arbetsgång för bestämning av modellparametrar

i) Utför tomgångsprov och prov med låst rotor. Mät $P_{\mathrm{nl/bl}}$, $V_{a,\mathrm{nl/bl}}$ och $I_{1,\mathrm{nl/bl}}$. Mät sedan R_1 medan motorn är varm.

ii) Räkna ut $P_\mathrm{rot} = P_\mathrm{nl} - n_\mathrm{ph} R_1 I_{1,\mathrm{nl}}^2$ (6.40)

iii) Räkna ut $Q_{\mathrm{nl/bl}}$ enligt $S = n_\mathrm{ph} U_\mathrm{F} I_\mathrm{L}$ och $S^2 = P^2 + Q^2$

iv) Räkna ut motorparametrar enligt

$$X_\mathrm{nl} = \frac{Q_\mathrm{nl}}{n_\mathrm{ph} I_{1,\mathrm{nl}}^2}, \quad X_\mathrm{bl} = \frac{Q_\mathrm{bl}}{n_\mathrm{ph} I_{1,\mathrm{bl}}^2} \frac{f_\mathrm{rated}}{f_\mathrm{bl}}, \quad R_\mathrm{bl} = \frac{P_\mathrm{bl}}{n_\mathrm{ph} I_{1,\mathrm{bl}}^2} \tag{6.48, 6.52, 6.53}$$

v) Sätt i det k som svarar mot motortyp och lös ut X_1 och X_2 enligt

$$X_2 = (X_\mathrm{bl} - X_1) \frac{X_\mathrm{nl} - X_1}{X_\mathrm{nl} - X_\mathrm{bl}}, \quad X_1 = kX_2 \tag{6.61}$$

vi) Använd slutligen lösningen för att räkna ut de sökta storheterna

$$X_\mathrm{m} = X_\mathrm{nl} - X_1, \quad R_2 = (R_\mathrm{bl} - R_1) \left(\frac{X_2 + X_\mathrm{m}}{X_\mathrm{m}} \right)^2 \tag{6.59, 6.62}$$

7.2 Momentsamband vid konstant V/Hz reglering

Generellt beteende för momentkurvan då frekvensen ändras vid konstant V/Hz reglering fås genom att försumma R_1. Detta ger

$$T_{\text{mech}} = \frac{n_{\text{ph}} \left[(V_{1,eq})_0 \right]^2 (R_2/\Delta\omega)}{\left[\left(\frac{2\omega_{e0}}{\text{poles}} \right) (R_2/\Delta\omega) \right]^2 + \left[(X_{1,eq} + X_2)_0 \right]^2} \tag{10.52}$$

där $\Delta\omega = \omega_s - \omega_m$ och $(V_{1,eq})_0$ och $(X_{1,eq} + X_2)_0$ fås ur

$$\hat{V}_{1,eq} = \left(\frac{\omega_{\text{e}}}{\omega_{e0}} \right) (\hat{V}_{1,eq})_0 \tag{10.50}$$

$$X_{1,eq} + X_2 = \left(\frac{\omega_{\text{e}}}{\omega_{e0}} \right) (X_{1,eq} + X_2)_0 \tag{10.48}$$

$$\hat{V}_{1,eq} = \hat{V}_1 \left(\frac{X_{\text{m}}}{X_1 + X_{\text{m}}} \right) \tag{10.45}$$

$$X_{1,eq} = \frac{X_{\text{m}} X_1}{X_1 + X_{\text{m}}} \tag{10.47}$$

7.3 Effektivitet

Den totala verkningsgraden utgörs av den avgivna effekten i förhållande till den instoppade effekten. Följande samband beskriver effektförlusterna på vägen från instoppad till uttagen effekt.

$$\begin{aligned}
P_{\text{in}} &= n_{\text{ph}} U_{\text{F}} I_{\text{L}} \cos\varphi && \text{Tillförd elektrisk } n_{\text{ph}}\text{-faseffekt} \\
P_{\text{stator}} &= n_{\text{ph}} R_1 I_1^2 && \text{Kopparförluster i statorn} \\
P_{\text{gap}} &= P_{\text{input}} - P_{\text{stator}} = n_{\text{ph}} I_2^2 \tfrac{R_2}{s} && \text{Överförd luftgapseffekt} \\
P_{\text{rotor}} &= n_{\text{ph}} I_2^2 R_2 = s P_{\text{gap}} = \tfrac{s}{1-s} P_{\text{mech}} && \text{Kopparförluster i rotorn} \\
P_{\text{mech}} &= P_{\text{gap}} - P_{\text{rotor}} = (1-s) P_{\text{gap}} && \text{Mekanisk effekt innan friktion} \\
P_{\text{shaft}} &= P_{\text{mech}} - P_{\text{rot}} && \text{Avgiven mekanisk effekt efter friktion} \\
\eta &= \tfrac{P_{\text{shaft}}}{P_{\text{input}}} = \tfrac{P_{\text{input}} - P_{\text{stator}} - P_{\text{rotor}} - P_{\text{rot}}}{P_{\text{input}}} &&
\end{aligned}$$

(6.17, 6.19, 6.22, 6.30)

Bilaga A

Matematiska Samband

A.1 Trigonometriska relationer

$$\begin{aligned}
\sin(x+y) &= \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y) \\
\cos(x+y) &= \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y) \\
\cos(2x) &= \cos^2(x) - \sin^2(x) \\
\sin(2x) &= 2\sin(x)\cos(x) \\
\sin(x+\frac{\pi}{2}) &= \cos(x) \\
\cos(x+\frac{\pi}{2}) &= -\sin(x) \\
\sin(x+\pi) &= -\sin(x) \\
\cos(x+\pi) &= -\cos(x)
\end{aligned}$$