

Linköpings tekniska högskola, ISY, Fordonssystem

Formelsamling

Elektriska drivsystem TSFS04



Linköping 2012

Innehåll

1	Magnetiska Kretsar och Material	7
1.1	Storheter, enheter och konstanter	7
1.1.1	Storheter	7
1.1.2	Konstanter	8
1.2	Ekvationer och samband	8
1.2.1	Amperes kretslag	8
1.2.2	Flöde, flödestäthet och fältstyrka	8
1.2.3	Reluktans	8
1.2.4	Magnetisk motsvarighet till KCL och KVL	8
1.2.5	Faradays lag, sammanlänkat flöde och induktans	9
1.2.6	Sammanlänkat flöde i kretsar med fler spolar	9
1.2.7	Induktans och ömseinduktans för enkel magnetisk krets	10
1.2.8	Effektivvärde för sinusformat flöde	10
2	Transformatorn	11
2.1	Beteckningar och nomenklatur	11
2.1.1	Exempel på beteckningar för effektivvärde, toppvärde och komplex representation	11
2.1.2	Benämningar på transformatorns lindningar	11
2.2	Ekvationer och samband	12
2.2.1	Transformator utan last	12
2.2.2	Omsättning	12
2.2.3	Ekvivalent impedans	12
2.3	Transformatormodell	13
2.3.1	Approximativ transformatormodell	13
2.3.2	Impedans vid kortslutningsprov, sett från primärsidan	13
2.3.3	Impedans för tomgångsprov, sett från primärsidan	13
2.3.4	Parametersättning	14
2.3.5	Förlusteffekter	14

3	Elektromekaniska Energiöverföringsprinciper	15
3.1	Grundläggande ekvationer	15
3.1.1	Moment	15
3.1.2	Lorentz kraftlag	15
3.2	Moment från energibetraktelse	15
3.2.1	Kraft och moment från energi	15
3.2.2	Kraft och moment från komplementenergi	16
3.2.3	Energi och komplementenergi för system med två spolar . .	17
4	Grundläggande Principer för Elmaskiner	19
4.1	Elektriska och Mekaniska vinkelstorheter	19
4.2	MMK och magnetfält för cylindrisk rotor	19
4.3	Spännings- och ström-samband	21
4.3.1	Inducerad spänning vid ström i fältledning	21
4.3.2	Spänningar över stator och rotor	21
4.4	Momentsamband	22
4.4.1	Cylindrisk rotor (non-saliant), kretsresonemang	22
4.4.2	Cylindrisk rotor (non-saliant), fältresonemang	22
5	Likströmsmotorer	23
5.1	MMK och magnetfält	23
5.2	Modell	23
5.2.1	Spännings- och moment-samband för likströmsmotorn . . .	23
5.2.2	Effektsamband	25
5.2.3	Inverkan av stora ankarströmmar	25
5.2.4	Likströmsmotorer med permanentmagnet	26
5.3	Styrning	26
5.3.1	Komponenter och kretsar för styrning	26
5.3.2	Varvtalsstyrning av DC-motorer	28
5.4	Effektivitet	28
6	Synkronmaskiner med Cylindrisk Rotor	29
6.1	MMK och magnetfält	29
6.2	Modell	29
6.2.1	Samband mellan moment, flöden och spänningar	29
6.2.2	Ekvivalent krets för synkronmotor	30
6.2.3	Effektvinkelkaraktäristik vid jämvikt	30
6.2.4	Driftskaraktäristik vid jämvikt	30
6.2.5	Karaktäristik för öppen och kortsluten krets	31
6.2.6	Resistans hos kopparledare	31
6.3	Styrning	32
6.3.1	Aspekter för varvtalsstyrning av synkronmotorn	32
6.3.2	Vektorstyrning av synkronmotorn	32
6.3.3	Vektorstyrningsalgoritm	33
6.3.4	Nomenklatur för växelriktare	34

6.3.5	Enkelfas fyrkantsvågsväxleriktare med likspänningsmatad H-brygga	34
6.4	Effektivitet	35
7	Asynkronmaskinen / Induktionsmaskinen	37
7.1	Modell	37
7.1.1	Frekvenssamband	37
7.1.2	Ekvivalent kretsschema	37
7.1.3	Momentsamband	38
7.1.4	Arbetsgång för bestämning av modellparametrar	38
7.2	Styrning	39
7.2.1	Momentsamband vid konstant V/Hz reglering	39
7.2.2	Parametersättning och samband för fältbaserad dq0-reglering	39
7.3	Effektivitet	40
A	Matematiska Samband	41
A.1	Trigonometriska relationer	41

Magnetiska Kretsar och Material

1.1 Storheter, enheter och konstanter

1.1.1 Storheter

Storhet	Beteckning	Enhet (ex.)
Magnetiskt flöde	ϕ	[Wb] eller [Vs]
Magnetisk flödestäthet	B	[Wb/m ²] eller [T]
Magnetisk fältstyrka	H	[A/m]
Reluktans	$\mathcal{R}$	[A-varv / Wb]
Resistans	R	[Ω]
Induktans	L	[H], [Wb/A], [Ω s] eller [Vs/A]
Reaktans	X	[Ω]
Impedans	Z	[Ω]
Sammanlänkat flöde	λ	[Wb-varv]
Magnetomotorisk kraft	$\mathcal{F}$	[A-varv]
Strömtäthet	J	[A/m ²]

Alternativ för engelska storhetsbeteckningar

Magnetisk flödestäthet, B T.ex. *magnetic flux density*, *magnetic induction* och *magnetic field*.

Magnetisk fältstyrka, H T.ex. *magnetic field intensity*, *magnetic field strength*, *auxiliary magnetic field* och *magnetizing field*.

1.1.2 Konstanter

Storhet	Beteckning	Värde
Magnetisk vakuum permeabilitet	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$
Relativ magnetisk permeabilitet	μ_r	-
Magnetisk permeabilitet	μ	-
Järnkärnans tvärsnittsarea	A_c	-
Järnkärnans medellängd	l_c	-
Luftgapslängd	g	-
Lindningsvarv	N	-

1.2 Ekvationer och samband

1.2.1 Amperes kretslag

$$\oint_C \bar{H} dl = \underbrace{\int_S \bar{J} d\bar{a}}_{\mathcal{F}} \quad (1.1)$$

där $\oint_C \bar{H} dl$ ofta förenklas till $\sum_i H_i l_i$ medan den magnetomotoriska kraften $\mathcal{F}$ ofta förenklas till $\mathcal{F} = Ni$ vilket ger

$$\sum_i H_i l_i = \mathcal{F} = Ni \quad (1.5, 1.21)$$

1.2.2 Flöde, flödestäthet och fältstyrka

$$\phi = \int_S \bar{B} d\bar{a} \quad (1.3)$$

vilket ofta förenklas till $\phi = BA$

$$B = \mu H = \mu_r \mu_0 H \quad (1.7)$$

1.2.3 Reluktans

För en förenklad magnetisk krets med olika segment i olika material gäller

$$\mathcal{F} = Ni = \sum_i H_i l_i = \phi \sum_i \frac{l_i}{A_i \mu_i} \quad (1.21)$$

och vi definierar reluktansen $\mathcal{R}$ för respektive segment i enligt

$$\mathcal{R}_i = \frac{l_i}{A_i \mu_i} \quad (1.13, 1.14)$$

1.2.4 Magnetisk motsvarighet till KCL och KVL

Kirchhoffs ström- och spänningslagar för elektriska kretsar kan översättas till en magnetisk motsvarighet enligt nedan (Tänk: flöde $\phi \leftrightarrow$ ström I , samt magneto-motorisk kraft $\mathcal{F} \leftrightarrow$ spänning U)

KCL Totala flödet in i en punkt är alltid 0.

$$\sum_i \phi_i = 0 \quad (1.25)$$

KvL Summan av magnetomotorisk kraft i en sluten slinga är alltid 0.

$$\sum_i \mathcal{F}_i = 0$$

1.2.5 Faradays lag, sammanlänkat flöde och induktans

$$\oint_C \bar{E} \cdot d\bar{s} = -\frac{\delta}{\delta t} \iint_S \bar{B} \cdot d\bar{a} \quad (1.26)$$

där $\oint_C \bar{E} \cdot d\bar{s}$ ofta förenklas till spänningen $-e$ och $-\frac{\delta}{\delta t} \iint_S \bar{B} \cdot d\bar{a}$ ofta förenklas till $N \frac{d\varphi}{dt}$ med φ som tidsvarierande flöde. I sambandet som följer så definieras sammanlänkat flöde, λ , så att vi får

$$e = N \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\lambda}{dt} \quad (1.27)$$

där alltså

$$\lambda = N\varphi \quad (1.28)$$

definierar sammanlänkat flöde. För en magnetisk krets uppbyggd av **linjära material** eller med **dominerande luftgap** definieras sedan induktans L och reaktans X enligt

$$L = \frac{\lambda}{i} \text{ och } X = wL \quad (1.29)$$

där w är strömmens frekvens i radianer per sekund.

1.2.6 Sammanlänkat flöde i kretsar med fler spolar

Sammanlänkat flöde för spole k givet ett magnetiskt flöde genom grenen som spolen omsluter skrivs

$$\lambda_k = N_k \phi_k$$

där alla källor till flödet ϕ_k räknas med. Speciellt har vi för ett **enkelt system** med två spolar på en slinga med dominerande luftgap

$$\lambda_1 = N_1 \phi = N_1^2 \frac{\mu_0 A_c}{g} i_1 + N_1 N_2 \frac{\mu_0 A_c}{g} i_2 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2 \quad (1.34, 1.35)$$

$$\lambda_2 = N_2 \phi = N_2^2 \frac{\mu_0 A_c}{g} i_2 + N_2 N_1 \frac{\mu_0 A_c}{g} i_1 = L_{22} i_2 + L_{21} i_1 \quad (1.38, 1.39)$$

1.2.7 Induktans och ömseinduktans för enkel magnetisk krets

För en magnetisk krets med en spole och dominerande luftgap fås

$$L = \frac{N^2 \mu_0 A_g}{g} \quad (1.31)$$

För en **enkel** magnetisk krets med två spolar på en slinga med dominerande luftgap fås

$$L_{11} = \frac{N_1^2 \mu_0 A_g}{g} \quad (1.36)$$

$$L_{12} = N_1 N_2 \frac{\mu_0 A_g}{g} \quad (1.37)$$

$$L_{21} = L_{12}$$

$$L_{22} = \frac{N_2^2 \mu_0 A_g}{g} \quad (1.40)$$

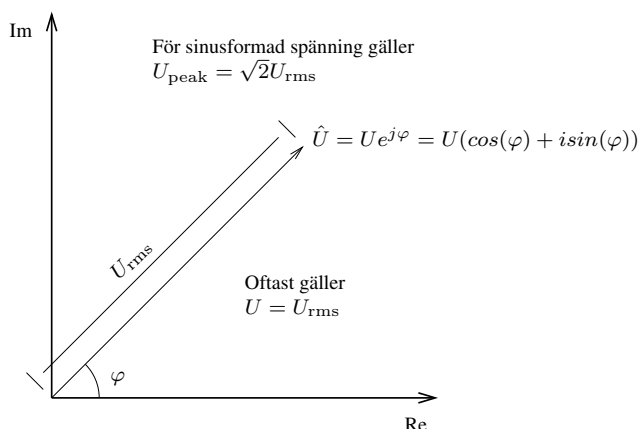
1.2.8 Effektivvärde för sinusformat flöde

$$\varphi = \phi_{\text{peak}} \sin \omega t \Rightarrow e_{\text{rms}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega N \phi_{\text{peak}} = \sqrt{2} \pi f N \phi_{\text{peak}} \quad (1.48, 1.50)$$

Transformatorn

2.1 Beteckningar och nomenklatur

2.1.1 Exempel på beteckningar för effektivvärde, toppvärde och komplex representation



Notera att beteckningarna används för att förtydliga om det rör sig om vektorer eller absolutbelopp för ström och spänning medans det för kretselementen, X , R och $Z = R + jX$, är underförstått att Z alltid representerar den komplexa vektorn.

2.1.2 Benämningar på transformatorns lindningar

Man skiljer på *primärlindning* och *sekundärlindning* genom att primärlindningen tar emot effekt från källan medan sekundärlindningen avger effekt till lasten. Vidare använder man ibland *hög- och låg-spänningslindning* eller analogt *upplindning* och *nedlindning*.

2.2 Ekvationer och samband

2.2.1 Transformator utan last

Antag att strömmen i genom primärspolen ger ett sinusformat flöde $\varphi = \phi_{\max} \sin(\omega t)$ då blir spänningen på primärsidan

$$e_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = N_1 \frac{d\varphi}{dt} = N_1 \omega \phi_{\max} \cos(\omega t) \quad (2.1, 2.4)$$

och på sekundärsidan

$$e_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} = N_2 \frac{d\varphi}{dt} \quad (2.9)$$

För en spänning med effektivvärde E_1 på primärsidan och sinusformat flöde gäller att

$$\phi_{\max} = \frac{E_1 \sqrt{2}}{N_1 \omega} = \frac{E_1}{\sqrt{2} \pi f N_1} \quad (2.5)$$

2.2.2 Omsättning

Omsättningen eller *turns ratio*, t.ex. här betecknad k_{oms} , kopplar spänningar och strömmar på primär och sekundärsidan enligt

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = k_{\text{oms}}, \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} = k_{\text{oms}}^{-1} \quad (2.10, 2.13)$$

2.2.3 Ekvivalent impedans

För en ideal transformator kan en last Z på sekundärsidan ersättas med en ekvivalent last på primärsidan eller tvärtom enligt

$$Z'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_2 \quad \text{och} \quad Z'_1 = \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 Z_1 \quad (2.19)$$

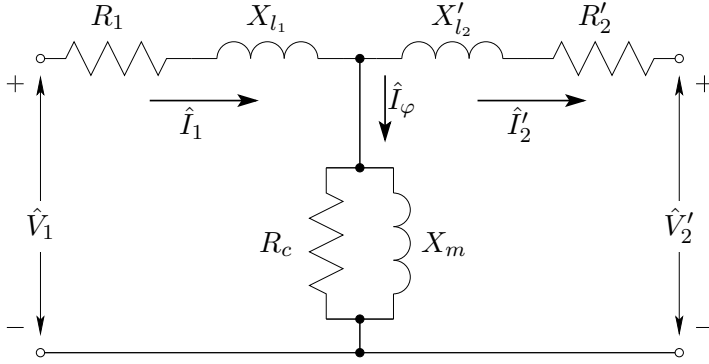
där Z_1 härstammar från primärsidan och Z_2 från sekundärsidan. Konceptet kan användas för att helt eliminera en ideal transformator ur en krets genom att även ersätta spänning och strömmar enligt

$$V'_2 = \frac{N_1}{N_2} V_2 \quad (2.27)$$

$$I'_2 = \frac{N_2}{N_1} I_2 \quad (2.22)$$

2.3 Transformormodell

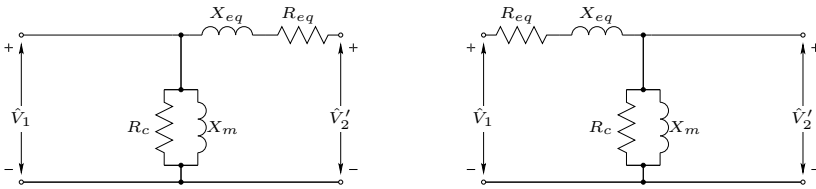
Transformatorn brukar modelleras enligt följande kretsschema



där alltså omsättningsförhållandet har använts för att eliminera den ideala transformatorn ur kretsen.

2.3.1 Approximativ transformormodell

Beroende på drifttillstånd kan man approximera transformormodellen med kretsar enligt



där $X_{eq} = X_{l1} + X'_{l2}$ och $R_{eq} = R_1 + R'_2$.

2.3.2 Impedans vid kortslutningsprov, sett från primärsidan

Eftersom $Z_\varphi = R_c // X_m$ är stor i förhållande till $Z_2 = R_2 + jX_{l2}$ så gäller att

$$Z_{sc} = R_1 + jX_{l1} + \frac{Z_\varphi(R_2 + jX_{l2})}{Z_\varphi + R_2 + jX_{l2}} \approx R_1 + jX_{l1} + R_2 + jX_{l2} \quad (2.28, 2.29)$$

vilket alltså svarar mot kortslutning av den högra kretsen ovan.

2.3.3 Impedans för tomgångsprov, sett från primärsidan

Eftersom $Z_\varphi = R_c // X_m$ är stor i förhållande till Z_1 så blir spänningsfallet över Z_1 litet så att effekten P_{oc} i princip motsvarar järnförlusterna. Därför gäller att

$$Z_{oc} = R_1 + jX_{l1} + Z_\varphi \approx Z_\varphi \quad (2.33, 2.34)$$

vilket alltså svarar mot en öppen variant av den vänstra kretsen ovan.

2.3.4 Parametersättning

Parametrarna för transformatormodellen bestäms enligt

$$R_c = \frac{V_{oc}^2}{P_{oc}} \quad (2.35)$$

$$R_{eq} = \frac{P_{sc}}{I_{sc}^2} \quad (2.31)$$

$$|Z_{eq}| = \frac{V_{sc}}{I_{sc}} \quad (2.30)$$

$$X_{eq} = \sqrt{|Z_{eq}|^2 - R_{eq}^2} = \sqrt{(V_{sc}/I_{sc})^2 - (P_{sc}/I_{sc}^2)^2} \quad (2.32)$$

$$X_m = (|Z_\varphi|^{-2} - R_c^{-2})^{-1/2} = ((V_{oc}/I_{oc})^{-2} - (V_{oc}^2/P_{oc})^{-2})^{-1/2} \quad (2.36, 2.37)$$

där Z_φ är parallellkopplingen mellan R_c och X_m .

I de fall där X_{l_1} , X_{l_2} , R_1 och R_2 behövs så brukar man anta

$$R_1 = R_2 = \frac{1}{2}R_{eq} \quad \text{sam} \quad X_{l_1} = X_{l_2} = \frac{1}{2}X_{eq}$$

men eftersom R_1 och R_2 är direkt mätbara så kan man även använda dessa värden direkt.

2.3.5 Förlusteffekter

$$P_{winding} = R_{eq,H} I_H^2, \quad P_{core} = \frac{V_H^2}{R_{c,H}} \quad (\text{Ex: 2.6, s80})$$

där alla storheter refererats till högspänningssidan.

Elektromekaniska Energioverföringsprinciper

3.1 Grundläggande ekvationer

3.1.1 Moment

Momentet kring en axel definieras som en vektor i axelns riktning. Positivt moment i axelns riktning för ett högersystem avser moment moturs enligt följande

$$\vec{T} = \vec{r} \times \vec{F}$$

3.1.2 Lorentz kraftlag

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad [\text{N}] \quad (3.1)$$

vilket ofta förenklas enligt

$$\vec{F}_v = \vec{J} \times \vec{B} \quad [\text{N/Volymsenhet}] \quad \text{eller} \quad (3.6)$$

$$\vec{F}_l = \vec{I} \times \vec{B} \quad [\text{N/m}] \quad (\text{Ex: 3.1 s115})$$

3.2 Moment från energibetraktelse

3.2.1 Kraft och moment från energi

Eftersom λ och x är tillståndsvariabler kan vi skriva

$$dW_{\text{fld}} = \left. \frac{\partial W_{\text{fld}}}{\partial \lambda} \right|_x d\lambda + \left. \frac{\partial W_{\text{fld}}}{\partial x} \right|_\lambda dx \quad \text{eller} \quad (3.24)$$

$$dW_{\text{fld}} = i d\lambda - f_{\text{fld}} dx \quad (3.22)$$

Energien kan därmed skrivas som

$$W_{\text{fld}}(\lambda, x) = \int_0^\lambda i(\lambda', x) d\lambda' \quad (3.18)$$

För **linjära** system, tex system med dominerande luftgap gäller som vi vet att $\lambda = L(x)i$ och vi kan därför skriva

$$W_{\text{fld}}(\lambda, x) = \frac{\lambda^2}{2L(x)} = \frac{1}{2}L(x)i^2 \quad (3.19)$$

Uttryck för kraft och moment

För **roterande** system kan x och f_{fld} ersättas med θ och T_{fld} i uttrycken nedan. Antag att vi har ett uttryck för W_{fld} . Vi kan då använda att

$$f_{\text{fld}} = - \left. \frac{\partial W_{\text{fld}}}{\partial x} \right|_{\lambda} \quad \text{och} \quad i = \left. \frac{\partial W_{\text{fld}}}{\partial \lambda} \right|_x \quad (3.25, 3.26)$$

och för **linjära** system får vi då

$$f_{\text{fld}} = - \left. \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L(x)} \right) \right|_{\lambda} = \frac{\lambda^2}{2L(x)^2} = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{dx} \quad (3.27)$$

Det är av yttersta vikt att x **och** λ **hålls konstanta** i respektive uträkning av de partiella derivatorna ovan. Detta är svårare än många tror och det kan därför finnas anledning att istället titta på komplementenergin.

3.2.2 Kraft och moment från komplementenergi

Komplementenergi definieras

$$W'_{\text{fld}} = i\lambda - W_{\text{fld}} \quad (3.34)$$

och vi får därmed

$$dW'_{\text{fld}} = \lambda di + f_{\text{fld}} dx \quad (3.37)$$

Komplementenergin beräknas analogt med energin enligt

$$W'_{\text{fld}}(i, x) = \int_0^i \lambda(i', x) di' \quad (3.41)$$

vilket för **linjära** system förenklas till

$$W'_{\text{fld}}(i, x) = \frac{1}{2}L(x)i^2 (= W_{\text{fld}}) \quad (3.42)$$

Uttryck för kraft och moment

För **roterande** system kan x och f_{fld} ersättas med θ och T_{fld} i uttrycken nedan. På samma sätt som tidigare kan komplementenergens differential uttryckas enligt

$$dW'_{\text{fld}} = \left. \frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial i} \right|_x di + \left. \frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial x} \right|_i dx \quad (3.38)$$

och vi kan identifiera

$$f_{\text{fld}} = \left. \frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial x} \right|_i \quad \text{och} \quad \lambda = \left. \frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial i} \right|_x \quad (3.39, 3.40)$$

Det är av yttersta vikt att i **och** x **hålls konstanta** i resp uträkning av de partiella derivatorna ovan. Detta är dock betydligt enklare än att hålla x och λ konstanta i motsvarande uttryck för energi.

3.2.3 Energi och komplementenergi för system med två spolar

För en enkel magnetisk krets med två spolar på en slinga fås följande energiuttryck

$$dW_{\text{fld}}(\lambda_1, \lambda_2, x) = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - f_{\text{fld}} dx \quad \text{vilket ofta integreras enligt} \quad (3.52)$$

$$W_{\text{fld}}(\lambda_1, \lambda_2, x) = \int_0^{\lambda_2} i_2(\lambda'_1 = 0, \lambda'_2, x') d\lambda'_2 + \int_0^{\lambda_1} i_1(\lambda'_1, \lambda'_2 = \lambda_2, x' = x) d\lambda'_1 \quad (3.56)$$

och motsvarande uttryck för komplementenergin blir

$$dW'_{\text{fld}}(i_1, i_2, x) = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + f_{\text{fld}} dx \quad \text{vilket ofta integreras enligt} \quad (3.65)$$

$$W'_{\text{fld}}(i_1, i_2, x) = \int_0^{i_2} \lambda_2(i'_1 = 0, i'_2, x') di'_2 + \int_0^{i_1} \lambda_1(i'_1, i'_2 = i_2, x' = x) di'_1 \quad (3.69)$$

För **linjära system**, typiskt med dominerande luftgap, blir uttrycket för komplementenergi speciellt enkelt

$$W'_{\text{fld}}(i_1, i_2, x) = \frac{1}{2} L_{11}(x) i_1^2 + L_{12}(x) i_1 i_2 + \frac{1}{2} L_{22}(x) i_2^2 \quad (3.70)$$

Grundläggande Principer för Elmaskiner

4.1 Elektriska och Mekaniska vinkelstorheter

$$\theta_{ae} = \left(\frac{\text{poles}}{2} \right) \theta_a \quad \text{där } \theta_a \text{ mäts i förhållande till statorn} \quad (4.1)$$

$$f_e = \left(\frac{\text{poles}}{2} \right) \frac{n}{60} \quad \text{elektrisk frekvens med varvtal } n \text{ i rpm} \quad (4.2)$$

ω_e elektrisk vinkelhastighet

$$\omega_s = \left(\frac{2}{\text{poles}} \right) \omega_e \quad \text{synkron vinkelhastighet} \quad (4.40)$$

$$n_s = \frac{120}{\text{poles}} f_e \quad [\text{rpm}] \quad (4.41)$$

$$\omega_{me} = \left(\frac{\text{poles}}{2} \right) \omega_m \quad \text{mekanisk rotorhastighet i elektriska [rad/s]} \quad (4.46)$$

4.2 MMK och magnetfält för cylindrisk rotor

Grundton för luftgaps-MMK hos koncentrerade och distribuerade lindningar

$$\mathcal{F}_{ag1} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{Ni}{2} \right) \cos(\theta_a) \quad \begin{array}{l} \text{för koncentrerad lindning} \\ \text{med två poler} \end{array} \quad (4.3)$$

$$(\mathcal{F}_{ag1})_{\text{peak}} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{Ni}{2} \right) \quad (4.4)$$

$$\mathcal{F}_{ag1} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_w N_{ph}}{\text{poles}} \right) i_a \cos \left(\frac{\text{poles}}{2} \theta_a \right) \quad \begin{array}{l} \text{för distribuerad lindning} \\ \text{med generellt poltal} \end{array} \quad (4.5)$$

Här är k_w är lindningsfaktor, N_{ph} är varv per fas och i_a är strömmen i lindningen.

Luftgapsmagnetfält för utbredd lindning, cylindrisk rotor

$$\begin{aligned}
 H_{ag1} &= \frac{\mathcal{F}_{ag1}}{g} = \\
 &= / \text{ tvåpolig } / = \frac{4}{\pi} \left(\frac{Ni}{2g} \right) \cos(\theta_a) \\
 &= / \text{ generell } / = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_w N_{ph}}{g \cdot \text{poles}} \right) i_a \cos \left(\frac{\text{poles}}{2} \theta_a \right) \quad (4.12 - 4.15)
 \end{aligned}$$

MMK-våg för 1-fas sinusformad ström

När $i_a = I_a \cos(\omega_e t)$ sätts in i (4.5) erhålles

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}_{ag1} &= \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_w N_{ph}}{\text{poles}} \right) I_a \cos \left(\frac{\text{poles}}{2} \theta_a \right) \cos(\omega_e t) = \\
 &= \mathcal{F}_{\max} \left(\frac{1}{2} \cos(\theta_{ae} - w_e t) + \frac{1}{2} \cos(\theta_{ae} + w_e t) \right) \\
 &= \mathcal{F}_{ag1}^+ + \mathcal{F}_{ag1}^- \quad (4.18 - 4.20)
 \end{aligned}$$

$$\mathcal{F}_{ag1}^+ = \frac{1}{2} \mathcal{F}_{\max} \cos(\theta_{ae} - w_e t) \quad (4.21)$$

$$\mathcal{F}_{ag1}^- = \frac{1}{2} \mathcal{F}_{\max} \cos(\theta_{ae} + w_e t) \quad (4.22)$$

MMK-våg 3-fas sinusformad ström

För 3-fas 120° med strömmarna $i_a = I_m \cos(\omega_e t)$, $i_b = I_m \cos(\omega_e t - 120^\circ)$ och $i_c = I_m \cos(\omega_e t + 120^\circ)$ fås

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}_{a1} &= \frac{1}{2} \mathcal{F}_{\max} (\cos(\theta_{ae} - w_e t) + \cos(\theta_{ae} + w_e t)) \\
 \mathcal{F}_{b1} &= \frac{1}{2} \mathcal{F}_{\max} (\cos(\theta_{ae} - w_e t) + \cos(\theta_{ae} + w_e t + 120^\circ)) \\
 \mathcal{F}_{c1} &= \frac{1}{2} \mathcal{F}_{\max} (\cos(\theta_{ae} - w_e t) + \cos(\theta_{ae} + w_e t - 120^\circ))
 \end{aligned}$$

vilket ger en roterande MMK våg enligt

$$\mathcal{F}(\theta_{ae}, t) = \frac{3}{2} \mathcal{F}_{\max} \cos \left(\frac{\text{poles}}{2} \theta_a - w_e t \right) \quad (4.39)$$

4.3 Spännings- och ström-samband

4.3.1 Inducerad spänning vid ström i fältlindning

Magnetflöde för cylindrisk rotor med ström i fältlindning

$$\begin{aligned} B &= H_{\text{ag}}\mu_0 = B_{\text{peak}} \cos\left(\frac{\text{poles}}{2}\theta\right) = \\ &= \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0}{g} \left(\frac{k_f N_f}{\text{poles}}\right) I_f \cos\left(\frac{\text{poles}}{2}\theta\right) \end{aligned} \quad (4.42 - 4.43)$$

$$\begin{aligned} \Phi_p &= \text{/flux per pole/} = l \int_{-\pi/\text{poles}}^{+\pi/\text{poles}} B_{\text{peak}} \cos\left(\frac{\text{poles}}{2}\theta\right) r d\theta = \\ &= \left(\frac{2}{\text{poles}}\right) 2B_{\text{peak}} l r \quad \text{sett från rotorn} \end{aligned} \quad (4.44)$$

Detta ger ett sammanlänkat flöde och spänning enligt

$$\lambda_a = k_w N_{\text{ph}} \Phi_p \cos\left(\left(\frac{\text{poles}}{2}\right) \omega_m t\right) = k_w N_{\text{ph}} \Phi_p \cos(\omega_{\text{me}} t) \quad (4.45)$$

$$e_a = \frac{d\lambda_a}{dt} = k_w N_{\text{ph}} \frac{d\Phi_p}{dt} \cos(\omega_{\text{me}} t) - \omega_{\text{me}} k_w N_{\text{ph}} \Phi_p \sin(\omega_{\text{me}} t) \quad (4.47)$$

$$e_a = -\omega_{\text{me}} k_w N_{\text{ph}} \Phi_p \sin(\omega_{\text{me}} t) \quad \text{för konstant luftgapsflöde} \quad (4.48)$$

Notera att uttrycket för λ_a förutsätter att strömmen i statorn är noll.

4.3.2 Spänningar över stator och rotor

Samband mellan strömmar och sammanlänkade flöden är:

$$\begin{bmatrix} \lambda_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss} & \mathcal{L}_{sr}(\theta_{\text{me}}) \\ \mathcal{L}_{sr}(\theta_{\text{me}}) & L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

Spänningarna över lindningarna ges av

$$v_s = R_s i_s + \frac{d\lambda_s}{dt} \quad (4.59)$$

$$v_r = R_r i_r + \frac{d\lambda_r}{dt} \quad (4.60)$$

Eliminering av de sammanlänkade flödena ger

$$v_s = R_s i_s + L_{ss} \frac{di_s}{dt} + \frac{d}{dt} \mathcal{L}_{sr}(\theta_{\text{me}}) i_r \quad (4.61)$$

$$v_r = R_r i_r + L_{rr} \frac{di_r}{dt} + \frac{d}{dt} \mathcal{L}_{sr}(\theta_{\text{me}}) i_s \quad (4.62)$$

4.4 Momentsamband

4.4.1 Cylindrisk rotor (non-saliant), kretsresonemang

$$\begin{aligned} W'_{\text{fld}} &= \frac{1}{2}L_{\text{ss}}i_{\text{s}}^2 + \frac{1}{2}L_{\text{rr}}i_{\text{r}}^2 + L_{\text{sr}}i_{\text{s}}i_{\text{r}} \cos \theta_{\text{me}} = \\ &= \frac{1}{2}L_{\text{ss}}i_{\text{s}}^2 + \frac{1}{2}L_{\text{rr}}i_{\text{r}}^2 + L_{\text{sr}}i_{\text{s}}i_{\text{r}} \cos \left(\left(\frac{\text{poles}}{2} \right) \theta_{\text{m}} \right) \end{aligned} \quad (4.64)$$

$$\begin{aligned} T &= \frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial \theta_{\text{m}}} \bigg|_{i_{\text{s}}, i_{\text{r}}} = \frac{\text{poles}}{2} \frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial \theta_{\text{me}}} \bigg|_{i_{\text{s}}, i_{\text{r}}} = \\ &= - \left(\frac{\text{poles}}{2} \right) L_{\text{sr}}i_{\text{s}}i_{\text{r}} \sin(\theta_{\text{me}}) \end{aligned} \quad (4.65)$$

4.4.2 Cylindrisk rotor (non-saliant), fältresonemang

F_{s} och F_{r} är längden på vektorerna $\mathbf{F}_{\text{s}}$ och $\mathbf{F}_{\text{r}}$ som representerar MMK-vågorna $\mathcal{F}_{\text{s}}$ och $\mathcal{F}_{\text{r}}$. Vinklarna δ_{sr} , δ_{s} och δ_{r} representerar riktningen på dessa vektorer.

$$W'_{\text{fld}} = \frac{\pi D l \mu_0}{4g} (F_{\text{s}}^2 + F_{\text{r}}^2 + 2F_{\text{s}}F_{\text{r}} \cos \delta_{\text{sr}}) \quad (4.71)$$

$$T = - \left(\frac{\text{poles}}{2} \right) \left(\frac{\mu_0 \pi D l}{2g} \right) F_{\text{s}}F_{\text{r}} \sin(\delta_{\text{sr}}) \quad \text{uttryckt i } F_{\text{s}} \text{ och } F_{\text{r}} \quad (4.73)$$

$$T = - \left(\frac{\text{poles}}{2} \right) \left(\frac{\pi D l}{2} \right) B_{\text{sr}}F_{\text{r}} \sin(\delta_{\text{r}}) \quad \text{uttryckt i } B_{\text{sr}} \text{ och } F_{\text{r}} \quad (4.78)$$

Med $\Phi_{\text{p}} = \left(\frac{2Dl}{\text{poles}} \right) B_{\text{peak}}$ från (4.44) fås

$$T = - \frac{\pi}{2} \left(\frac{\text{poles}}{2} \right)^2 \Phi_{\text{sr}}F_{\text{r}} \sin \delta_{\text{r}} \quad (4.79 - 4.81)$$

Likströmsmotorer

5.1 MMK och magnetfält

Toppvärde för MMK-våg, sågtand respektive dess grundton

$$(\mathcal{F}_{ag})_{peak} = \left(\frac{C_a}{2m \text{ poles}} \right) i_a = \left(\frac{N_a}{\text{poles}} \right) i_a \quad (4.9 - 4.10)$$

$$(\mathcal{F}_{ag1})_{peak} = \frac{8}{\pi^2} \left(\frac{N_a}{\text{poles}} \right) i_a \quad \text{för grundtonen} \quad (4.11)$$

där C_a är antal ledare i ankarlindningen, N_a antal ledare i serie och m antalet parallella vägar genom lindningen.

5.2 Modell

5.2.1 Spännings- och moment-samband för likströmsmotorn

Flödena i en likströmsmotor är i princip ortogonala och man definierar fältens riktningar enligt *kvadratur* respektive *direkt* axel för ankar- respektive fält-lindningarna. Vi har att

$\Phi_d = \Phi_p$ flöde per pol från fältlindningen, dvs i direkt-axelns riktning

$$\Phi_d = \mathcal{R}_d^{-1} \sum N_f i_f \quad \text{där endast inverkan av fältströmmen tagits med} \quad (7.9)$$

Momentsamband

Från (4.81) som kopplar moment till flöden, MMK-vågor och vinklar fås med vinkeln $\delta_r = \frac{\pi}{2}$

$$T_{\text{mech}} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\text{poles}}{2} \right)^2 \Phi_d \underbrace{F_{a1}}_{\frac{s}{\pi^2} \dots} = \left(\frac{\text{poles } C_a}{2\pi m} \right) \Phi_d i_a \quad (7.1 - 7.2)$$

$$i_{a/f} = I_{a/f} \quad \text{för att understryka att det handlar om likström} \quad (7.13)$$

$$T_{\text{mech}} = K_a \Phi_d(I_f) I_a \quad \text{med } K_a = \frac{\text{poles } C_a}{2\pi m} \quad (7.3, 7.16)$$

Spänningssamband

Medelvärdesbildning av (4.48) över en halv period ger

$$\begin{aligned} E_a &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \omega_{\text{me}} N \Phi_p \sin(\omega_{\text{me}} t) d(\omega_{\text{me}} t) = \frac{2}{\pi} \omega_{\text{me}} N \Phi_p = \quad \left/ \begin{array}{l} \text{med } N = N_a \text{ och} \\ \text{för multipol fås} \end{array} \right/ \\ &= \left(\frac{\text{poles}}{2\pi} \right) \left(\frac{C_a}{m} \right) \Phi_p \omega_m = \left(\frac{\text{poles}}{60} \right) \left(\frac{C_a}{m} \right) \Phi_p n \end{aligned} \quad (4.51 - 4.53)$$

När konstruktionskonstanterna klumpas ihop och Φ_d används för att understryka riktningen på flödet Φ_p kan vi därför skriva

$$E_a = K_a \Phi_d(I_f) \omega_m \quad \text{med } K_a = \frac{\text{poles } C_a}{2\pi m} \quad (7.3-4, 7.14)$$

För ett givet $\Phi_d(I_f)$ och ett E_{a0} uppmätt vid varvtalet ω_{m0} fås därmed

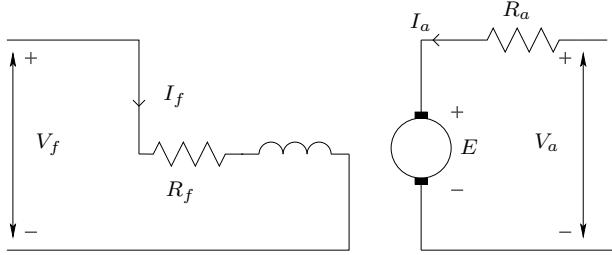
$$E_a = \left(\frac{\omega_m}{\omega_{m0}} \right) E_{a0} \quad (7.6 - 7.8, 7.22 - 7.23)$$

Samband för det linjära området

I det linjära området för en likströmsmotor kan man sätta $K_a \Phi_d(I_f) = K_f I_f$ så att

$$\begin{aligned} E_a &= K_a \Phi_d(I_f) \omega_m = K_f I_f \omega_m \\ T_{\text{mech}} &= K_f I_f I_a \end{aligned}$$

Likströmsmotorns ekvivalenta kretsschema



Figur 5.1: Generell DC-motorkrets. För serie-, shunt- och kompund-kopplingar så används olika inkopplingar av fältlindningen. För kompund-motorn används två fältlindningar, kopplade både i serie och parallellt.

5.2.2 Effektsamband

Kombineras uttrycken för spänning och moment så inses att följande gäller

$$E_a I_a = K_a \Phi_d(I_f) I_a \omega_m = T_{\text{mech}} \omega_m \quad (7.5)$$

vilket ger effektsambandet

$$P_{\text{mech}} = E_a I_a$$

5.2.3 Inverkan av stora ankarströmmar

En typisk magnetiseringskurva ger ett samband mellan fältström och elektromotorisk kraft enligt

$$E_a = \left(\frac{\omega_m}{\omega_{m0}} \right) E_{a0}(I_f) \quad \text{där} \quad E_{a0}(I_f) = K_a \Phi_d(I_f) \omega_{m0}$$

Med användning av begreppet *shunt-ekvivalent fältström*, här kallat $I_{f,\text{net}}$, för att fånga samverkan mellan serie-lindning och shunt-lindning samt tillägg av påverkan av ankarström får vi

$$I_{f,\text{net}} = I_{f,\text{shunt}} + \frac{N_{\text{serie}}}{N_{\text{shunt}}} I_{f,\text{serie}} \quad (7.20, 7.21)$$

$$E_a = \left(\frac{\omega_m}{\omega_{m0}} \right) E_{a0}(I_{f,\text{net}}, I_a) = K_a \Phi_d(I_{f,\text{net}}, I_a) \omega_m$$

vilket t.ex. kan modelleras enligt

$$E_a = \left(\frac{\omega_m}{\omega_{m0}} \right) E_{a0}(I_{f,\text{eff}}) = K_a \Phi_d(I_{f,\text{eff}}) \omega_m \quad \text{med}$$

$$I_{f,\text{eff}} = I_{f,\text{net}} - f(I_a) \quad \text{eller} \quad I_{f,\text{eff}} = I_{f,\text{net}} - f(I_a, I_{f,\text{net}})$$

5.2.4 Likströmsmotorer med permanentmagnet

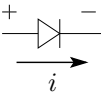
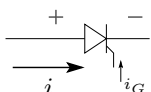
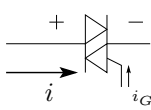
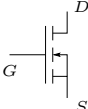
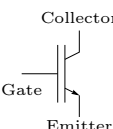
När fältlindningen ersätts med en permanentmagnet så kan flödet Φ_d bakas ihop med konstanten K_a till $K_m = K_a \Phi_d$. Detta kan skrivas

$$\begin{aligned} \Phi_d \text{ konst.} &\implies \text{med } K_m = K_a \Phi_d \implies \\ E_a &= K_m \omega_m \\ T_{\text{mech}} &= \frac{E_a I_a}{\omega_m} = K_m I_a \end{aligned} \quad \begin{aligned} (7.26, 7.27) \\ (7.28) \end{aligned}$$

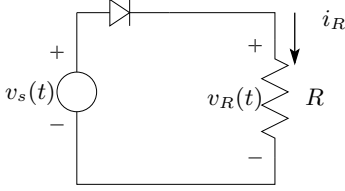
5.3 Styrning

5.3.1 Komponenter och kretsar för styrning

Vanliga strömventiler och deras symboler

Komponent	Symbol	Egenskap
Diod		Spärrar i backriktningen
Tyristor, SCR		Spärrar i båda riktningarna tills den aktiveras av i_G
Triac		Två antiparallellkopplade tyristorer med samma <i>styre</i>
Transistor, n-MOSFET		Öppnar för flöde från <i>drain</i> till <i>source</i> vid positiv spänning på <i>gate</i> , v_{GS} .
Transistor, n-IGBT		Öppnar för flöde från <i>collector</i> till <i>emitter</i> vid positiv spänning på <i>gate</i> , v_{GE} .

Halvvågslikriktare med diod

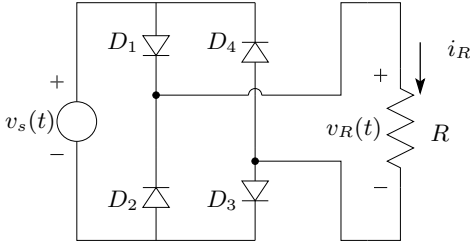


$$v_s(t) = V_0 \sin(\omega t) \Rightarrow$$

$$V_{dc} = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} V_0 \sin(\omega t) dt = \frac{V_0}{\pi}$$

$$I_{dc} = \frac{V_{dc}}{R} = \frac{V_0}{\pi R}$$

Fullvågslikriktare med diod



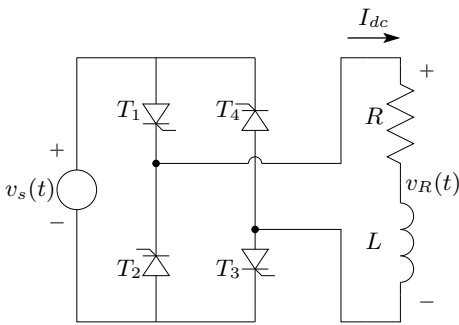
$$v_s(t) = V_0 \sin(\omega t)$$

$$v_r(t) = \begin{cases} v_s(t) & \text{då } v_s(t) \geq 0 \\ -v_s(t) & \text{då } v_s(t) \leq 0 \end{cases} \quad (10.1)$$

$$V_{dc} = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} V_0 \sin(\omega t) dt = \frac{2V_0}{\pi} \quad (10.2)$$

$$I_{dc} = \frac{V_{dc}}{R} = \frac{2V_0}{\pi R}$$

Enkelfas fullvågslikriktare med styrda tyristorer



$$V_{dc} = \frac{2}{\pi} V_0 \cos(\alpha_d) \quad \text{då } 0 \leq \alpha_d \leq \pi \quad (10.13)$$

$$\alpha_d = \cos^{-1} \left(\frac{\pi V_{dc}}{2V_0} \right) \quad (10.14)$$

$$i_{s,1}(t) = \frac{4}{\pi} I_{dc} \sin(\omega t - \alpha_d) \quad (10.15)$$

$$P = V_{dc} \cdot I_{dc} = \frac{2}{\pi} V_0 I_{dc} \cos \alpha_d \quad (10.16)$$

$$Q = -\frac{2}{\pi} V_0 I_{dc} \sin \alpha_d \quad (10.17)$$

För induktiv last i serie med likspänningskälla fås istället

$$I_{dc} = \frac{V_{dc} - E_{dc}}{R} \quad \text{då } V_{dc} \geq E_{dc} \quad (10.18)$$

Trefas fullvågsl riktare med styrda tyristorer

$$V_{dc} = \frac{3\omega}{\pi} \int_{\frac{\alpha_d}{\omega}}^{\frac{\alpha_d + \pi/3}{\omega}} -v_{bc} dt = \left(\frac{3\sqrt{2}}{\pi} \right) V_{1-1, \text{rms}} \cos \alpha_d \quad \text{då} \quad 0 \leq \alpha_d \leq \pi \quad (10.19 - 10.20)$$

Här är $V_{1-1, \text{rms}}$ huvudspänningen, dvs spänningen mellan två faser.

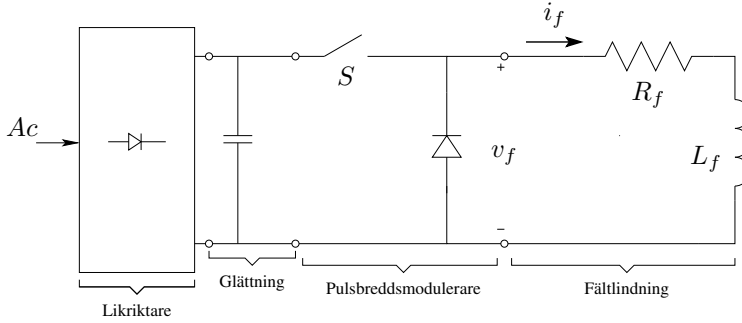
5.3.2 Varvtalsstyrning av DC-motorer

Varvtalsformeln för linjär motor ($T_{\text{mech}} = K_f I_f I_a = \frac{E_a I_a}{\omega_m}$) blir

$$\omega_m = \frac{(V_a - I_a R_a)}{K_f I_f} = \frac{\left(V_a - \frac{T_{\text{load}} R_a}{K_f I_f} \right)}{K_f I_f} \quad (11.6)$$

där typiskt $I_a R_a = \frac{T_{\text{load}} R_a}{K_f I_f}$ är liten i förhållande till V_a .

- Fältstyrning sker genom att ändra v_f och därmed i_f



För switch med *tillslagstid* D fås

$$V_f = D V_{dc} \quad \text{och} \quad (11.1)$$

$$I_f = \frac{V_f}{R_f} = D \left(\frac{V_{dc}}{R_f} \right) \quad (11.2)$$

- Styrning med hjälp av ankarresistans sker genom att ändra R_a . Det är lätt att inse att man för stora R_a får ett kraftigt lastberoende varvtal.
- Styrning med hjälp av ankarspänning sker genom att ändra V_a , med samma typ av krets som för fältstyrning där v_f ändras. Med en switchad H-brygga kan vi för en given likspänning V_{dc} uppnå $-V_{dc} \leq V_a \leq V_{dc}$.

5.4 Effektivitet

Effektiviteten ges av

$$\eta = \frac{P_{\text{ut}}}{P_{\text{in}}} = \frac{P_{\text{mech}} - P_{\text{rot}}}{V_a I_a + V_f I_f}$$

Synkronmaskiner med Cylindrisk Rotor

6.1 MMK och magnetfält

Sammanlänkade flöden

$$\lambda_a = L_s i_a + \mathcal{L}_{af} i_f \quad (5.18)$$

$$\lambda_f = \mathcal{L}_{fa} i_a + \mathcal{L}_{fb} i_b + \mathcal{L}_{fc} i_c + L_{ff} i_f \quad (5.5 - 5.6)$$

$$L_s = \frac{3}{2} L_{aa0} + L_{a1} , \quad \mathcal{L}_{af} = \mathcal{L}_{fa} = L_{af} \cos(\omega_e t + \delta_{e0}) \quad (5.10, 5.17)$$

6.2 Modell

6.2.1 Samband mellan moment, flöden och spänningar

Från (4.81) fås att

$$T = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\text{poles}}{2} \right)^2 \Phi_R F_f \sin \delta_{RF} \quad (5.1)$$

där

Φ_R = resulterande luftgapsflöde per pol

F_f = mmk för dc-lindningen

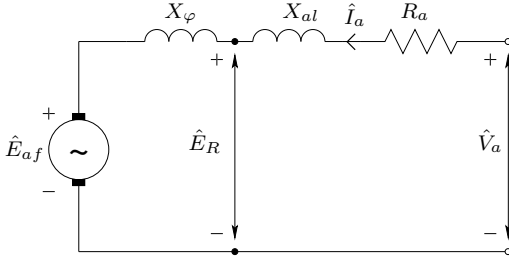
δ_{RF} = elektrisk fasvinkel mellan axlarna för Φ_R och F_f

Vi har även att

$$\Phi_R \propto \frac{E_R}{\omega} \iff \text{luftgapsspänningen genereras av den resulterande luftgapsvågen}$$

6.2.2 Ekvivalent krets för synkronmotor

Ekvivalent krets, motorreferensriktning



$$\hat{V}_a = R_a \hat{I}_a + j X_s \hat{I}_a + \hat{E}_{af} \quad (5.23)$$

$$\hat{E}_{af} = j \left(\frac{\omega_e L_{af} I_f}{\sqrt{2}} \right) e^{j\delta_{e0}} \quad (5.22)$$

$$\begin{aligned} \hat{E}_R &= \hat{V}_a - \hat{I}_a (R_a + j X_{al}) \\ X_s &= X_{al} + X_\varphi \end{aligned} \quad (5.25)$$

Här är $X_{al} = \omega L_{al}$ *läckreaktansen* och $X_\varphi = \omega \left(\frac{3}{2} L_{aa0} \right)$ är *magnetiseringsreaktansen* medan $\hat{E}_R$ är luftgapsspänningen.

6.2.3 Effektivinkelkaraktäristik vid jämvikt

Överförd effekt mellan två källor $\hat{E}_1$ och $\hat{E}_2$ vid induktiv koppling är

$$P_1 = P_2 = \frac{E_1 E_2}{X} \sin(\delta) \quad (5.45)$$

$$P_{1,\max} = P_{2,\max} = \frac{E_1 E_2}{X} \quad (5.46)$$

där δ är fasvinkeln mellan $\hat{E}_1$ och $\hat{E}_2$ med δ positiv om $\hat{E}_1$ ligger före $\hat{E}_2$. Tillämpat på en synkronmaskin kopplad till ett nät med induktansen X_{EQ} och spänningen $\hat{V}_{EQ}$ fås

$$P = \frac{E_{af} V_{EQ}}{X_s + X_{EQ}} \sin(\delta) \quad (5.47)$$

vilket kallas effektivinkelkaraktäristiken för en synkronmaskin och δ för effektivinkeln.

6.2.4 Driftskaraktäristik vid jämvikt

Effektbegränsningarna för en synkronmaskin kan tecknas som

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad - \text{skenbara effekten begränsas av ankarlindningen} \quad (5.48)$$

$$P^2 + \left(Q + \frac{V_a^2}{X_s} \right)^2 = \left(\frac{V_a E_{af}}{X_s} \right)^2 \quad - \text{begränsning från fältlindningen} \quad (5.51)$$

Ofta specificeras märkeffekten som fasvinkel och skenbar effekt där de två kurvorna möts.

6.2.5 Karaktäristik för öppen och kortsluten krets

Vi har att

$$X_{s,u} = \frac{V_{a,ag}}{I_{a,sc}} \quad (5.28)$$

$$X_s = \frac{V_{a,rated}}{I'_a} \quad (5.29)$$

$$SCR = \frac{AFNL}{AFSC} = \frac{1}{X_s} \quad \text{med } X_s \text{ i per unit} \quad (5.30, 5.31)$$

där

- $X_{s,u}$ - Unsaturated synchronous reactance
- X_s - Saturated value of synchronous reactance at rated voltage, $V_{a,rated}$
- $V_{a,ag}$ - Spänning från *air gap conditions*
- $I_{a,sc}$ - Ström från *short circuit conditions*
- I'_a - Ankarström vid kortslutning som motsvarar den fältström som ger $V_{a,rated}$ för öppen krets
- SCR - Short circuit ratio
- AFNL - *Amperes Field No Load*, den fältström som ger $V_{a,rated}$ för öppen krets
- AFSC - *Amperes field short circuit*, den fältström som ger $I_{a,rated}$ vid kortslutning

Beviset för att $X_s = \frac{1}{SCR}$ då X_s mäts i per unit är

$$\left. \begin{aligned} SCR &= \frac{AFNL}{AFSC} = \left/ \text{scc är en rak linje} \right/ = \frac{k \cdot I'_a}{k \cdot I_{a,rated}} \\ X_s &= \frac{V_{a,rated}}{I'_a} [\Omega/\text{fas}] = \frac{V_{a,rated}}{I'_a} \frac{I_{a,rated}}{V_{a,rated}} [\text{per unit}] \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$SCR = \frac{1}{X_s} \quad \text{då } X_s \text{ är i per unit}$$

6.2.6 Resistans hos kopparledare

Vi har att

$$\frac{R(T_1)}{R(T_2)} = \frac{234.5 + T_1}{234.5 + T_2} \quad (5.32)$$

där temperaturen T_i mäts i grader Celsius.

6.3 Styrning

6.3.1 Aspekter för varvtalsstyrning av synkronmotorn

Frekvensberoendet hos flödestätheten och dess inverkas på lämplig spänning och ström ges av

$$B_{\text{peak}} = \left(\frac{f_{\text{rated}}}{f_e} \right) B_{\text{rated}} \quad \text{om } V_a = V_{\text{rated}} \quad (11.14)$$

$$V_a = \left(\frac{f_e}{f_{\text{rated}}} \right) V_{\text{rated}} \quad \text{för } f_e \leq f_{\text{rated}} \text{ ger } B_{\text{peak}} = B_{\text{rated}} \quad (11.15, 11.16)$$

$$I_a = I_{a,\text{rated}} \quad \text{dvs strömmen } I_a \text{ kan väljas till } I_{a,\text{rated}}$$

Typiskt ger detta att maxmomentet bibehålles för $f_e \leq f_{\text{rated}}$ medan istället max-effekten bibehålles för $f_e \geq f_{\text{rated}}$, se vidare Figur 11.12.

6.3.2 Vektorstyrning av synkronmotorn

Vektorstyrning benämns även momentstyrning fältstyrning eller dq0-styrning. Moment för insvängd synkronmotor med utbredd lindning blir i dq0 storheter

$$T_{\text{mech}} = \frac{3}{2} \left(\frac{\text{poles}}{2} \right) L_{\text{af}} i_{\text{F}} i_{\text{Q}} \quad (11.32)$$

där i_{F} och i_{Q} är konstantvärden av i_f och i_q . Med $E_{\text{af}} = \frac{\omega_e L_{\text{af}} i_{\text{F}}}{\sqrt{2}}$ från 5.21 fås

$$T_{\text{mech}} = \frac{3}{2} \left(\frac{\text{poles}}{\sqrt{2}} \right) \frac{E_{\text{af}} i_{\text{Q}}}{\omega_e} \quad (11.35)$$

vilket är i princip samma ekvation som för likströmsmotorn $T_{\text{mech}} = \frac{E_a I_a}{\omega_m}$.

Ankarspänning och ström fås från dq0-strömmar enligt

$$V_a = \omega_e \sqrt{\frac{(L_s i_{\text{D}} + L_{\text{af}} i_{\text{F}})^2 + (L_s i_{\text{Q}})^2}{2}} \quad (11.37)$$

$$I_a = \sqrt{\frac{i_{\text{D}}^2 + i_{\text{Q}}^2}{2}} \quad (11.39)$$

Permanentmagnetiserad synkronmotor

I permanentmagnetfallet så har vi ingen fältström I_f utan definierar motorkonstanten Λ_{PM} som motsvarar $L_{\text{af}} I_f$ istället. Vi får då

$$\Lambda_{\text{PM}} = \frac{\sqrt{2} (E_{\text{af}})_{\text{rated}}}{(\omega_e)_{\text{rated}}} \quad \text{som motsvarar } L_{\text{af}} I_f \quad (11.47)$$

$$T_{\text{mech}} = \frac{3}{2} \left(\frac{\text{poles}}{2} \right) \Lambda_{\text{PM}} i_{\text{Q}} \quad (11.49)$$

Eftersom Λ_{PM} är en konstruktionskonstant bestäms alltså i_Q entydigt av det önskade momentet enligt

$$(i_Q)_{\text{ref}} = \frac{2}{3} \left(\frac{2}{\text{poles}} \right) \frac{T_{\text{ref}}}{\Lambda_{\text{PM}}} \quad (11.50)$$

dq0-transform

En storhet S i abc koordinater översätts till dq0 koordinater och tillbaka enligt följande

$$\begin{bmatrix} S_d \\ S_q \\ S_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\theta_{\text{me}}) & \cos(\theta_{\text{me}} - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_{\text{me}} + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta_{\text{me}}) & -\sin(\theta_{\text{me}} - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_{\text{me}} + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}}_{T(\theta_{\text{me}})} \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix} \quad (C.1)$$

$$T^{-1}(\theta_{\text{me}}) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{\text{me}}) & -\sin(\theta_{\text{me}}) & 1 \\ \cos(\theta_{\text{me}} - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_{\text{me}} - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta_{\text{me}} + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_{\text{me}} + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \quad (C.2)$$

6.3.3 Vektorstyrningsalgoritm

Ett exempel på en vektorstyrningsalgoritm ges av

- i) Räkna ut önskad ankarspänning som svarar mot märkflöden

$$V_a = V_{a,\text{rated}} \frac{\omega_m}{\omega_{m,\text{rated}}} \quad (11.41)$$

- ii) Räkna ut ankarström som ger önskad motoreffekt vid önskat moment givet $\cos \varphi = 1$

$$I_a = \frac{P_{\text{ref}}}{3V_a} = \frac{T_{\text{ref}}\omega_m}{3V_a} \quad (11.42)$$

- iii) Räkna ut Effektvinkeln - δ

$$\delta = -\arctan \left(\frac{\omega_e L_s I_a}{V_a} \right) \quad (11.43)$$

- iv) Räkna ut $(i_Q)_{\text{ref}}$ och $(i_D)_{\text{ref}}$

$$(i_D)_{\text{ref}} = \sqrt{2} I_a \sin \delta, \quad (i_Q)_{\text{ref}} = \sqrt{2} I_a \cos \delta \quad (11.44, 11.45)$$

- v) Räkna ut i_F som ger önskat moment

$$(i_F)_{\text{ref}} = \frac{2}{3} \left(\frac{2}{\text{poles}} \right) \frac{T_{\text{ref}}}{L_{\text{af}}(i_Q)_{\text{ref}}} \quad (11.46)$$

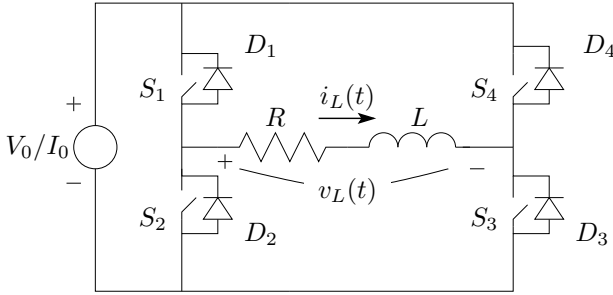
6.3.4 Nomenklatur för växelriktare

Växelriktare som föregås av styv DC-källa, *dc bus voltage*, kallas *voltage source inverter*. T.ex. med LC-krets.

Växelriktare med stor induktans ger konstant likström, *dc link current*, och kallas då *current source inverter*.

6.3.5 Enkelfas fyrkantsvågsväxelriktare med likspänningsmatad H-brygga

Kretschema för likspännings- och likströms-matad H-brygga



Fouriertransform för utspänning givet cykel med PÅ-tid $\Delta_1 \gg L/R$

$$V_{L,1} = \left(\frac{4}{\pi}\right) V_0 \sin(\Delta_1 \pi) \quad \text{för grundton} \quad (10.21)$$

$$V_{L,n} = \left(\frac{4}{n\pi}\right) V_0 \sin(n \Delta_1 \pi) \quad \text{för } n\text{:te övertonen} \quad (10.22)$$

Medelspänning för PWM-styrd H-brygga med *tillslagstid* D och periodtid $T \ll \tau = L/R$

$$(v_L)_{\text{avg}} = (2D - 1) V_0 \quad (10.23)$$

$$(i_L)_{\text{avg}} = \frac{(v_L)_{\text{avg}}}{R} = \frac{(2D - 1)V_0}{R} \quad (10.24)$$

vilket betyder att strömmen kan varieras enligt $-\frac{V_0}{R} \leq (i_L)_{\text{avg}} \leq \frac{V_0}{R}$.

Ripplet på grund av switchningen kan skrivas

$$\Delta i_L \approx \left(\frac{2V_0}{R}\right) \left(\frac{T}{\tau}\right) D(1 - D) \quad (10.32)$$

Följning av referens $W_{\text{ref}}(t)$ ger *tillslagstid* och spänning enligt

$$D(t) = \frac{(1 + W_{\text{ref}}(t))}{2} \quad (10.35)$$

$$(v_L)_{\text{avg}} = W_{\text{ref}}(t)V_0 \quad (10.36)$$

6.4 Effektivitet

Effektiviteten bestäms av

$$\eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = \frac{P_{\text{in}} - P_{\text{loss}}}{P_{\text{in}}} = \frac{P_{\text{in}} - P_{R_a} - P_{\text{stray}} - P_{R_f} - P_{\text{fric}} - P_{\text{core}}}{P_{\text{in}}}$$

där

- P_{in} - Total ineffekt, till både fält och ankar
- P_{R_a} - Förluster i ankarlindningen, typiskt $R_a \cdot I_a^2$
- P_{R_f} - Förluster i fältlindningen, typiskt $R_f \cdot I_f^2$
- P_{stray} - Förluster i ankarlindningen på grund av skin-effekt och virvelströmmar, typiskt $R_{\text{stray}} \cdot I_a^2$, temperaturoberoende
- P_{fric} - Totala friktionsförluster, typiskt ωT_{fric}
- P_{core} - Järnförluster för ommagnetisering av järnet i statorn, typiskt $\propto V_t^2$ men egentligen mer korrekt $\propto E_R^2$

Ibland slår man ihop effektförlusterna för skin-effekt och virvelströmmar samt för ankarresistansen enligt

$$R_{a,\text{eff}} = \frac{P_{\text{loss,sc,load}}}{I_{a,\text{sc}}^2} \quad (5.33)$$

$$P_{R_{a,\text{eff}}} = R_{a,\text{eff}} I_a^2$$

Asynkronmaskinen / Induktionsmaskinen

7.1 Modell

7.1.1 Frekvenssamband

Både magnetfältet från statorn och rotorn roterar i det synkrona varvtalet.

$$w_s = \frac{2\pi f_e}{\text{poles}/2} \quad \text{den synkrona vinkelhastigheten som funktion av elektrisk frekvens}$$

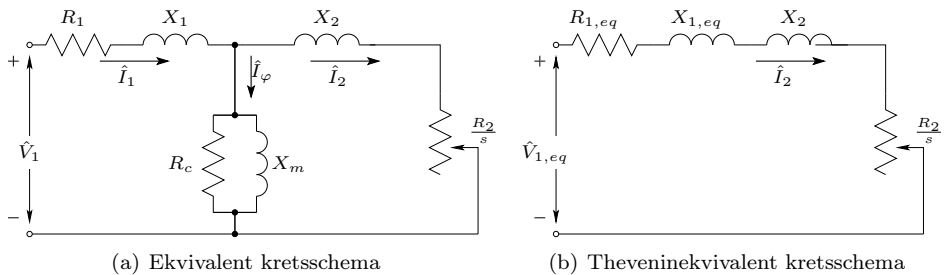
$$s = \frac{\omega_s - \omega_m}{\omega_s} \quad \begin{array}{l} \text{slippet är skillnaden i vinkelhastighet} \\ \text{delat med den synkrona vinkelhastigheten} \end{array} \quad (6.1)$$

$$\omega_m = (1 - s)\omega_s \quad \text{mekaniska hastigheten på rotorn} \quad (6.2, 6.3)$$

$$\omega_r = s\omega_s \quad \text{relativa hastigheten mellan statorvåg och rotor}$$

$$f_r = sf_e \quad \text{frekvensen på den i rotorn inducerade spänningen} \quad (6.4)$$

7.1.2 Ekvivalent kretsschema



Samband mellan spänningarna och kretselementens storlekar för de två varianterna är

$$\hat{V}_{1,eq} = \hat{V}_1 \frac{jX_m}{R_1 + j(X_1 + X_m)} \quad (6.29)$$

$$Z_{1,eq} = \frac{jX_m(R_1 + jX_1)}{R_1 + j(X_1 + X_m)} = R_{1,eq} + jX_{1,eq} \quad (6.30, 6.31)$$

7.1.3 Momentsamband

Momentet kan uttryckas som funktion av theveninekvivalenta spänningar och kretselement enligt

$$T_{\text{mech}} = \frac{1}{\omega_s} \left[\frac{n_{\text{ph}} V_{1,eq}^2 (R_2/s)}{(R_{1,eq} + (R_2/s))^2 + (X_{1,eq} + X_2)^2} \right] \quad (6.33)$$

$$T_{\text{max}} = \frac{1}{\omega_s} \left[\frac{0.5 n_{\text{ph}} V_{1,eq}^2}{R_{1,eq} + \sqrt{R_{1,eq}^2 + (X_{1,eq} + X_2)^2}} \right] \quad \text{och fås vid} \quad (6.36)$$

$$s_{\text{maxT}} = \frac{R_2}{\sqrt{R_{1,eq}^2 + (X_{1,eq} + X_2)^2}} \quad (6.35)$$

7.1.4 Arbetsgång för bestämning av modellparametrar

- i) Utför tomgångsprov och prov med låst rotor. Mät $P_{\text{nl/bl}}$, $V_{a,\text{nl/bl}}$ och $I_{1,\text{nl/bl}}$. Mät sedan R_1 medan motorn är varm.
- ii) Räkna ut $P_{\text{rot}} = P_{\text{nl}} - n_{\text{ph}} R_1 I_{1,\text{nl}}^2$ (6.37)
- iii) Räkna ut $Q_{\text{nl/bl}}$ enligt $S = n_{\text{ph}} U_F I_L$ och $S^2 = P^2 + Q^2$
- iv) Räkna ut motorparametrar enligt

$$X_{\text{nl}} = \frac{Q_{\text{nl}}}{n_{\text{ph}} I_{1,\text{nl}}^2}, \quad X_{\text{bl}} = \frac{Q_{\text{bl}}}{n_{\text{ph}} I_{1,\text{bl}}^2} \frac{f_{\text{rated}}}{f_{\text{bl}}}, \quad R_{\text{bl}} = \frac{P_{\text{bl}}}{n_{\text{ph}} I_{1,\text{bl}}^2} \quad (6.45, 6.49, 6.50)$$

- v) Sätt i det k som svarar mot motortyp och lös ut X_1 och X_2 enligt

$$X_2 = (X_{\text{bl}} - X_1) \frac{X_{\text{nl}} - X_1}{X_{\text{nl}} - X_{\text{bl}}}, \quad X_1 = k X_2 \quad (6.55)$$

- vi) Använd slutligen lösningen för att räkna ut de sökta storheterna

$$X_m = X_{\text{nl}} - X_1, \quad R_2 = (R_{\text{bl}} - R_1) \left(\frac{X_2 + X_m}{X_m} \right)^2 \quad (6.42, 6.56)$$

7.2 Styrning

7.2.1 Momentsamband vid konstant V/Hz reglering

Generellt beteende för momentkurvan då frekvensen ändras vid konstant V/Hz reglering fås genom att försumma R_1 . Detta ger

$$T_{\text{mech}} = \frac{n_{\text{ph}} [(V_{1,eq})_0]^2 (R_2/\Delta\omega)}{\left[\left(\frac{2\omega_{e0}}{\text{poles}}\right) (R_2/\Delta\omega)\right]^2 + [(X_{1,eq} + X_2)_0]^2} \quad (11.61)$$

där $(V_{1,eq})_0$ och $(X_{1,eq} + X_2)_0$ fås ur

$$\hat{V}_{1,eq} = \left(\frac{\omega_e}{\omega_{e0}}\right) (\hat{V}_{1,eq})_0 \quad (11.59)$$

$$X_{1,eq} + X_2 = \left(\frac{\omega_e}{\omega_{e0}}\right) (X_{1,eq} + X_2)_0 \quad (11.57)$$

$$\hat{V}_{1,eq} = \hat{V}_1 \left(\frac{X_m}{X_1 + X_m}\right) \quad (11.54)$$

$$X_{1,eq} = \frac{X_m X_1}{X_1 + X_m} \quad (11.56)$$

7.2.2 Parametersättning och samband för fältbaserad dq0-reglering

De parametrar som ingår i momentstyrningsalgoritmen bestäms enligt

$$L_m = \frac{X_{m0}}{\omega_{e0}} \quad (11.66)$$

$$L_S = L_m + \frac{X_{10}}{\omega_{e0}} \quad (11.67)$$

$$L_R = L_m + \frac{X_{20}}{\omega_{e0}} \quad (11.68)$$

$$R_a = R_1 \quad (11.73)$$

$$R_{aR} = R_2 \quad (11.74)$$

Momentet kan i dq0-storheter uttryckas på fler sätt beroende på val av referensvinkel θ_0 i $\theta_S = \omega_e t + \theta_0$ och $\theta_R = (\omega_e - \omega_{me})t + \theta_0$. Grunduttrycket är

$$T_{\text{mech}} = \frac{3}{2} \left(\frac{\text{poles}}{2}\right) \left(\frac{L_m}{L_R}\right) (\lambda_{\text{DR}} i_q - \lambda_{\text{QR}} i_d) \quad (11.75)$$

och för för lämpligt val av θ_0 fås $\lambda_{QR} = 0$ och $i_{DR} = 0$ vilket förenklar uttrycken för moment, sammanlänkande flöden, spänningar och frekvens enligt

$$T_{\text{mech}} = \frac{3}{2} \left(\frac{\text{poles}}{2} \right) \left(\frac{L_m}{L_R} \right) (\lambda_{DR} i_Q) \quad (11.77)$$

$$\lambda_{DR} = L_m i_D \quad (11.79)$$

$$\lambda_D = L_S i_D \quad (11.80)$$

$$\lambda_Q = \left(L_S - \frac{L_m^2}{L_R} \right) i_Q \quad (11.87)$$

$$v_D = R_a i_D - \omega_e \lambda_Q \quad (11.69)$$

$$v_Q = R_a i_Q + \omega_e \lambda_D \quad (11.70)$$

$$\begin{aligned} \omega_e &= \omega_{me} - R_{aR} \left(\frac{i_{QR}}{\lambda_{DR}} \right) = \omega_{me} + \frac{R_{aR}}{L_R} \left(\frac{i_Q}{i_D} \right) = \\ &= \omega_{me} + \frac{1}{\tau_R} \left(\frac{i_Q}{i_D} \right) \end{aligned} \quad (11.81 - 11.83)$$

Några samband mellan dq0-storheter och abc-storheter

$$(\lambda_a)_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{\lambda_D^2 + \lambda_Q^2}{2}} = \sqrt{\frac{L_S^2 i_D^2 + \left(L_S - \frac{L_m^2}{L_R} \right)^2 i_Q^2}{2}} \quad (11.88)$$

$$V_a = \sqrt{\frac{v_D^2 + v_Q^2}{2}} = \sqrt{\frac{\left(R_a i_D - \omega_e \left(L_S - \frac{L_m^2}{L_R} \right) i_Q \right)^2 + (R_a i_Q + \omega_e L_S i_D)^2}{2}} \quad (11.89)$$

$$I_a = (I_a)_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{i_D^2 + i_Q^2}{2}}$$

7.3 Effektivitet

Den totala verkningsgraden utgörs av den avgivna effekten i förhållande till den instoppade effekten. Följande samband beskriver effektförlusterna på vägen från instoppad till uttagen effekt.

$P_{\text{in}} = n_{\text{ph}} U_F I_L \cos \varphi$	Tillförd elektrisk n_{ph} -faseffekt
$P_{\text{stator}} = n_{\text{ph}} R_1 I_1^2$	Kopparförluster i statorn
$P_{\text{gap}} = P_{\text{input}} - P_{\text{stator}}$	Överförd luftgapseffekt
$P_{\text{rotor}} = n_{\text{ph}} I_2^2 R_2 = s P_{\text{gap}} = \frac{s}{1-s} P_{\text{mech}}$	Kopparförluster i rotern
$P_{\text{mech}} = P_{\text{gap}} - P_{\text{rotor}} = (1-s) P_{\text{gap}}$	Mekanisk effekt innan friktion
$P_{\text{shaft}} = P_{\text{mech}} - P_{\text{rot}}$	Avgiven mekanisk effekt efter friktion
$\eta = \frac{P_{\text{shaft}}}{P_{\text{input}}} = \frac{P_{\text{input}} - P_{\text{stator}} - P_{\text{rotor}} - P_{\text{rot}}}{P_{\text{input}}}$	

$$(6.19, 6.20, 6.22, 6.23, 6.27)$$

Matematiska Samband

A.1 Trigonometriska relationer

$$\sin(x + y) = \sin(x) \cos(y) + \cos(x) \sin(y)$$

$$\cos(x + y) = \cos(x) \cos(y) - \sin(x) \sin(y)$$

$$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$$

$$\sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x)$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(x)$$

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin(x)$$

$$\sin(x + \pi) = -\sin(x)$$

$$\cos(x + \pi) = -\cos(x)$$