Lösningsförslag

TSFS04 Elektriska drivsystem
15 mars, 2018, kl. 14.00-18.00

Tillåtna hjälpmedel: TeFyMa, Beta Mathematics Handbook, Physics Handbook, Formelsamling - Elektriska drivsystem och miniräknare.

Totalt 40 poäng.
Preliminära betygsgränser:
Betyg 3: 18 poäng
Betyg 4: 25 poäng
Betyg 5: 30 poäng

Uppgift 1.

a) Sett från rotorn är luftgapet alltid konstant, L_{rr} svarar alltså mot L_{c} som är konstant. Sett från statorn varierar luftgapet med periodtid 2α, L_{ss} svarar därmed mot L_{b}. L_{sr} har period α och svarar mot L_{a}. Alltså: (2p)

$$
\begin{aligned}
L_{\mathrm{a}} &= L_{\mathrm{sr}} \\
L_{\mathrm{b}} &= L_{\mathrm{ss}} \\
L_{\mathrm{c}} &= L_{\mathrm{rr}}
\end{aligned}
$$

b) $L_{\mathrm{sr}} = L_{\mathrm{a}}$ är positiv för $\alpha = 0$, alltså måsta statorn och rotorn bidra med fölt i samma riktning för $\alpha = 0$. Med de markerade riktningarna i figuren svarar det mot **Motorskiss 2** (2p)

c) Momentet och maxmomentet blir

$$
T = 0.5\,\sin(2\alpha) - \sin(\alpha) \quad (1\mathrm{p})
$$

$$
T_{\max} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \approx 1.30\ [\mathrm{Nm}] \quad (1\mathrm{p})
$$

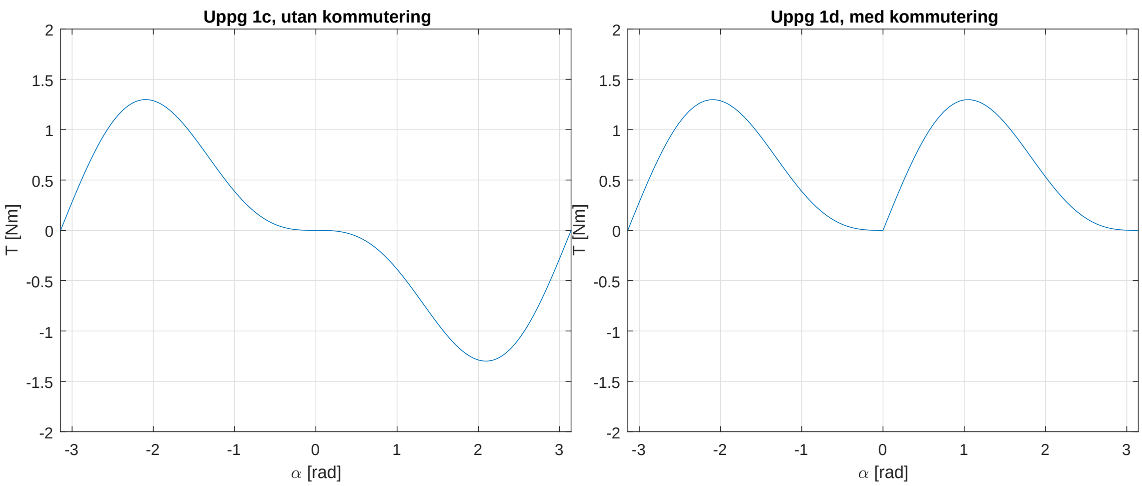
Den vänstra delfiguren av figur 1 visar det skissade momentet.

d) För detta fall kommer strömen byta tecken då $\sin(\alpha)$ byter tecken vilket resulterar i följande

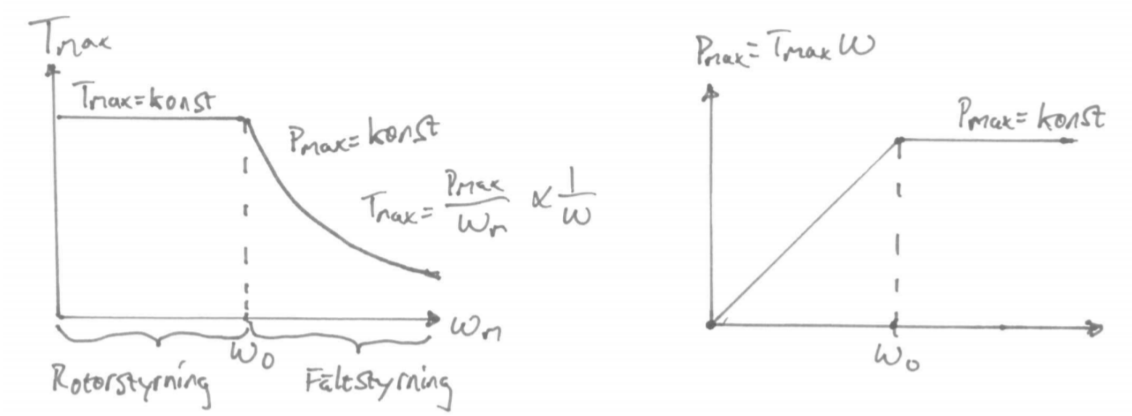
$$
T = 0.5\,\sin(2\alpha) + |\sin(\alpha)| = \begin{cases} 0.5\,\sin(2\alpha) - \sin(\alpha) & \text{if } \alpha \in [-\pi, 0] \\ 0.5\,\sin(2\alpha) + \sin(\alpha) & \text{if } \alpha \in [0, \pi] \end{cases} \quad (1\mathrm{p})
$$

Den högra delfiguren i delen av figur 1 visar det skissade momentet. Momentet är π-periodiskt och beräknas ur:

$$
\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \left(0.5\,\sin(2\alpha) + \sin(\alpha)\right)\,d\alpha = \frac{0.5}{\pi}\underbrace{\int_0^{\pi} \sin(2\alpha)\,d\alpha}_{=0} + \frac{1}{\pi}\underbrace{\int_0^{\pi} \sin(\alpha)\,d\alpha}_{=2} = \frac{2}{\pi}\ [\mathrm{Nm}] \quad (1\mathrm{p})
$$



Figur 1: Moment som funktion av vinkel för uppgift 1c och 1d



Figur 2: Skiss av maxmoment- och maxeffektkurva vid styrning av likströmsmaskinen med rotor- och fältstyrning.

Uppgift 2.

a) Varvtalet för likströmsmotorn kan beräknas ur

$$\omega_{\mathrm{m}} = \frac{V_{\mathrm{a}} - I_{\mathrm{a}}\, R_{\mathrm{a}}}{K_{\mathrm{a}}\, \Phi_{\mathrm{d}}} \qquad \left(= \frac{V_{\mathrm{a}} - \frac{T\, R_{\mathrm{a}}}{K_{\mathrm{f}}\, I_{\mathrm{f}}}}{K_{\mathrm{f}}\, I_{\mathrm{f}}} \right)$$

och de tre metoderna är

- Seriereglering: styra R_{a}, ökande R_{a} ger lägre hastighet. (1p)
- Ankarspänningsreglering (rotorstyrning): Styra V_{a}, ökande V_{a} för högre hastighet. (1p)
- Fältstyrning (fältförsvagning): Styra Φ_{d}, sänkt Φ_{d} för högre hastigheter. (1p)

b) Seriereglering är väldigt ineffektivt sätt att sänka hastigheten, därför används därför rotorstyrning upp till märkhastighet, det ger konstant maxmoment (begränsas av maximal ankarström) samt varvtal och maxeffekt som ökar linjärt med spänningen. Över märkhastighet används fältförsvagning som ger konstant maxeffekt och därmed ett maxmoment som är proportionellt mot ett genom varvtalet, se figur 2. (Rotorstyrning + konstant maxmoment 1p; Fältförsvagning + konstant maxeffekt 1p; figurer 1p)

Uppgift 3.

a) Beräkning av ström, uteffekt, utmoment och verkningsgrad (indexerat med 0):

$$
\begin{aligned}
I_{\mathrm{a0}} &= \frac{V_{\mathrm{a0}} - E_{\mathrm{a0}}}{R_{\mathrm{a}}} = \frac{300 - 280}{0.5} = 40\,[\mathrm{A}] \quad (1\mathrm{p}) \\
P_{\mathrm{mech0}} &= E_{\mathrm{a0}}\, I_{\mathrm{a0}} = 280 \cdot 40 = 11.2\,[\mathrm{kW}] \quad (1\mathrm{p}) \\
\eta_0 &= \frac{P_{\mathrm{mech0}}}{P_{\mathrm{mech0}} + R_{\mathrm{a}}\, I_{\mathrm{a0}}^2 + R_{\mathrm{f}}\, I_{\mathrm{f0}}^2} = \frac{11200}{11200 + 0.5 \cdot 40^2 + 150 \cdot 2^2} = 0.889 \quad (1\mathrm{p})
\end{aligned}
$$

b) Beräkning av K_{f}:

$$
K_{\mathrm{f}} = \frac{E_{\mathrm{a0}}}{I_{\mathrm{f0}}\, \omega_{\mathrm{m0}}} = \frac{280}{2 \cdot \frac{2000}{60} \cdot 2\pi} = 0.668 \quad (1\mathrm{p})
$$

c) Terminalspäning och fältström oförändrad från a) uppgiften. Beräkna momentet, därefter I_{a}, E_{a} och R_{a} (indexerade med 1). :

$$
\begin{aligned}
T_{\mathrm{mech1}} &= k_{\mathrm{load}}\, n_1^2 = T_{\mathrm{mech0}}\, \frac{n_1^2}{n_0^2} = \frac{P_{\mathrm{mech0}}}{\omega_{\mathrm{m0}}}\, \frac{n_1^2}{n_0^2} = \frac{11200}{\frac{2000}{60} \cdot 2\pi} \cdot \frac{1500^2}{2000^2} = 30.1\,[\mathrm{Nm}] \\
I_{\mathrm{a1}} &= \frac{T_{\mathrm{mech1}}}{K_{\mathrm{f}}\, I_{\mathrm{f0}}} = \frac{30.1}{0.668 \cdot 2} = 22.5\,[\mathrm{A}] \\
E_{\mathrm{a1}} &= E_{\mathrm{a0}}\, \frac{n_1}{n_0} = 280 \cdot \frac{1500}{2000} = 210\,[\mathrm{V}] \\
R_{\mathrm{a,tot}} &= \frac{V_{\mathrm{a0}} - E_{\mathrm{a1}}}{I_{\mathrm{a1}}} = \frac{300 - 210}{22.5} = 4\,[\Omega] \\
R_{\mathrm{ext}} &= R_{\mathrm{a,tot}} - R_{\mathrm{a}} = 4 - 0.5 = 3.5\,[\Omega] \quad (1\mathrm{p}) \\
P_{\mathrm{mech1}} &= T_{\mathrm{mech1}}\omega_{\mathrm{m1}} = 30.1 \cdot \frac{1500}{60} \cdot 2\pi = 4.725\,[\mathrm{kW}] \\
\eta_1 &= \frac{P_{\mathrm{mech1}}}{P_{\mathrm{mech1}} + R_{\mathrm{a,tot}}\, I_{\mathrm{a1}}^2 + R_{\mathrm{f}}\, I_{\mathrm{f0}}^2} = \frac{4725}{4725 + 4 \cdot 22.5^2 + 150 \cdot 2^2} = 0.643 \quad (2\mathrm{p})
\end{aligned}
$$

d) Fältströmmen är konstant, $I_{\mathrm{f}} = I_{\mathrm{f0}} = 2\,\mathrm{A}$ och den inducerad emk:n densamma som i c-uppgiften, $E_{\mathrm{a}} = E_{\mathrm{a1}} = 210\,\mathrm{V}$. Även I_{a} är identiskt med c-uppgiften då $P_{\mathrm{mech}} = E_{\mathrm{a}} I_{\mathrm{a}}$ är oförändrad. Ankarspänning och verkningsgrad ges därför av

$$
\begin{aligned}
I_{\mathrm{a3}} &= I_{\mathrm{a1}} = 22.5\,[\mathrm{A}] \quad (1\mathrm{p}) \\
V_{\mathrm{a3}} &= E_{\mathrm{a1}} + I_{\mathrm{a1}}\, R_{\mathrm{a}} = 221.3\,[\mathrm{V}] \quad (1\mathrm{p}) \\
\eta_3 &= \frac{P_{\mathrm{mech}}}{V_{\mathrm{a}}\, I_{\mathrm{a}} + R_{\mathrm{f}}\, I_{\mathrm{f0}}^2} = \frac{4725}{221.3 \cdot 22.5 + 150 \cdot 2^2} = 0.847 \quad (1\mathrm{p})
\end{aligned}
$$

Uppgift 4.

a) Märkhastigheten ges av

$$n_0 = 60\, f_\mathrm{e}\, \frac{2}{p} = 60 \cdot 50 \cdot \frac{2}{12} = 500\,[\mathrm{rpm}] \quad (1\mathrm{p})$$

b) Max teoretisk uteffekt fås vid effektvinkel $\pi/2$ och ges av

$$E_\mathrm{af} = V_\mathrm{a}\, \frac{I_\mathrm{f,max}}{AFNL} = \frac{2500}{\sqrt{3}} \cdot \frac{43}{40} = 1552\,[\mathrm{V}]$$

$$P_\mathrm{max} = n_\mathrm{ph}\, \frac{E_\mathrm{af}\, V_\mathrm{a}}{X_\mathrm{s}} = 3 \cdot \frac{\frac{2500}{\sqrt{3}} \cdot \frac{43}{40} \cdot \frac{2500}{\sqrt{3}}}{20} = \frac{2500^2 \cdot 43}{20 \cdot 40} = 336\,[\mathrm{kW}] \quad (2\mathrm{p})$$

c)

$$|I_\mathrm{a}| = \frac{S_\mathrm{rated}}{n_\mathrm{ph}\, V_\mathrm{a,rated}} = \frac{150 \cdot 10^3}{3 \cdot \frac{2500}{\sqrt{3}}} = 34.6\,[\mathrm{A}] \quad (1\mathrm{p})$$

$$|E_\mathrm{af}| = 1552\,[\mathrm{V}] \quad (\text{från b)-uppgiften})$$

Effektvinkeln δ beräknas ur cossisnusatssen, tecknet ges av att E_af ligger efter V_a vid motordrift.

$$\delta = -\arccos\left(\frac{V_\mathrm{a}^2 + |E_\mathrm{af}|^2 - (|I_\mathrm{a}|\, X_\mathrm{s})^2}{2\, V_\mathrm{a}\, |E_\mathrm{af}|}\right) = -0.461\,[\mathrm{rad}] = -26,4\,[\mathrm{deg}] \quad (1\mathrm{p})$$

$$I_\mathrm{a} = \frac{V_\mathrm{a} - |E_\mathrm{af}| e^{j\,\delta}}{jX_\mathrm{s}} = 34.6 e^{-j0.078} \quad (1\mathrm{p})$$

$$\phi = Arg(I_\mathrm{a}) = -0.078\,[\mathrm{rad}] = -4.5\,[\mathrm{deg}]$$

$$PF = \cos\phi = 0.997 \quad (1\mathrm{p})$$

$$P = n_\mathrm{ph}\, V_\mathrm{a}\, |E_\mathrm{af}|\, PF = 149.5\,[\mathrm{kW}] \quad (1\mathrm{p})$$

Uppgift 5.

a) Då $R_1 = 0$ blir de theveninekvivalenta parmetrarna

$$V_\mathrm{1,eq} = V_1\, \frac{X_\mathrm{m}}{X_1 + X_\mathrm{m}} = \frac{380}{\sqrt{3}} \cdot \frac{106}{6.7 + 106} = 206\,[\mathrm{V}] \quad (1\mathrm{p})$$

$$R_\mathrm{1,eq} = 0\,\Omega$$

$$X_\mathrm{1,eq} = \frac{X_\mathrm{m}\, X_1}{X_1 + X_\mathrm{m}} = \frac{106 \cdot 6.7}{6.7 + 106} = 6.30\,\Omega \quad (1\mathrm{p})$$

b) Den förenklade momentekvationen för små slipp fås genom att inse att R_2/s dominerar i nämnaren för momentekvationen vid små s och försumma övriga termer, då fås:

$$T_\mathrm{mech} = \frac{s}{\omega_\mathrm{s}}\, \frac{n_\mathrm{ph}\, V_\mathrm{1,eq}^2}{R_2} \quad (1\mathrm{p})$$

Effekten ges $P_\mathrm{mech} = T_\mathrm{mech}\, \omega_\mathrm{m}$ vilket ger

$$P_\mathrm{mech} = \frac{s\, \omega_\mathrm{m}}{\omega_\mathrm{s}}\, \frac{n_\mathrm{ph}\, V_\mathrm{1,eq}^2}{R_2} = \frac{s\,(1-s)\, \omega_\mathrm{s}}{\omega_\mathrm{s}}\, \frac{n_\mathrm{ph}\, V_\mathrm{1,eq}^2}{R_2} = s\,(1-s) \frac{n_\mathrm{ph}\, V_\mathrm{1,eq}^2}{R_2} \quad (1\mathrm{p})$$

Med P_mech=P_rated kan s lösas ut vilket ger

$$s = 0.5 - \sqrt{0.5^2 - \frac{P_\mathrm{rated}\, R_2}{n_\mathrm{ph}\, |V_\mathrm{1,eq}|^2}} = 0.082 \quad (1\mathrm{p})$$

Där den negativa roten är den enda som uppfyller kraven på lågt slipp, den andra lösningen hamnar långt utanför den linjära regionen av momentkurvan.

c) Vid konstant V/Hz-reglering och $R_1 = 0$ translateras endast momentkurvan vid frekvensändring, $T_{\max}$ kan därmed beräknas vid för märkfrekvensen, Då $R_{1,\mathrm{eq}} = 0$ fås:

$$T_{\max} = \frac{1}{\omega_\mathrm{s}} \frac{0.5\, n_\mathrm{ph}\, V_{1,\mathrm{eq}}^2}{X_{1,\mathrm{eq}} + X_2} = \frac{1}{50\pi} \cdot \frac{0.5 \cdot 3 \cdot 206^2}{6.30 + 6.7} = 31.3\,\mathrm{Nm} \quad (1\mathrm{p})$$

Då momentet vid konstant V/Hz enbart är en funktion av $\Delta\omega$ kommer det $\Delta\omega$ som ger maxmoment vid märkfrekvensen även vara det $\Delta\omega$ som ger max startmoment.

$$s_{\mathrm{maxT}} = \frac{R_2}{X_{1,\mathrm{eq}} + X_2} = \frac{4.2}{6.30 + 6.7} = 0.323$$
$$\Delta\omega_{\mathrm{maxT}} = \omega_{\mathrm{s0}}\, s_{\mathrm{maxT}} = 50\pi \cdot 0.323 = 50.7 \quad (1\mathrm{p})$$

Vid start gäller $\omega_\mathrm{m} = 0 \implies \omega_\mathrm{s} = \Delta\omega_{\mathrm{maxT}}$ är den synkorna vinkelfrekvens som ger max startmoment, och därmed är den sökta elektriska frekvensen

$$f_\mathrm{e} = \frac{\Delta\omega_{\mathrm{maxT}}\, \mathrm{poles}/2}{2\pi} = \frac{50.7 \cdot 4/2}{2\pi} = 16.2\,[\mathrm{Hz}] \quad (1\mathrm{p})$$