Tentamen

TSFS06 Diagnos och övervakning
4 juni, 2007, kl. 08.00-12.00

Tillåtna hjälpmedel: TeFyMa, Beta, Physics Handbook, Reglerteknik (Glad och Ljung), Formelsamling i statistik och signalteori och miniräknare.

Ansvarig lärare: Jan Åslund, tel 281692.

Betyg rapporteras in och anslås senast den 21:e juni

Visning av skrivningen sker kl. 11.30 den 21:e juni på Fordonssystem.

Totalt 40 poäng.
Preliminära betygsgränser:
Betyg 3: 18 poäng
Betyg 4: 25 poäng
Betyg 5: 30 poäng

Uppgift 1. Betrakta den linjära differentialekvationen

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} f_3$$
$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix}$$

där y och u är kända signaler, f_i felen vi vill detektera och x tillståndsvektorn.

a) Avgör vilka fel som är detekterbara (2 poäng)

b) Hur många residualer behövs för att kunna isolera de detekterbara felen från varandra? (1 poäng)

c) Konstruera residualgeneratorer som isolerar felen f_i från varandra så långt det är möjligt. Residualgeneratorerna ska ha så lågt gradtal som möjligt och ha alla poler i -1. Residualgeneratorerna ska vara skrivna på tillståndsform så att inga derivator av observationer ingår i uttrycket. (5 poäng)

Tips: Observerbar kanonisk form är användbar för att enkelt hitta en tillståndsrealisering (se bilaga)

Uppgift 2. Antag ett system med en vattentank som man kan pumpa in vätska i och där man har ett utflöde av vätska genom en ventil i botten på tanken. En enkel modell för systemet ges av

$$\dot{h} = -c_1\sqrt{h} + ku$$

där h är tanknivån och u är pumpeffekten. Antag att både tanknivån och flödet ut ur tanken mäts, dvs.

$$y_1 = h$$
$$y_2 = c_2\sqrt{h}$$

a) Inför felmodeller för felen igentäppning av utventilen, fel i flödessensorn och fel i pumpen. Gör inga antaganden om felsignalernas temporala beteende. (2 poäng)

b) Avgör om felen går att isolera från varandra. Motivera! (2 poäng)

c) Antag att vi vill göra oss av med nivåmätaren y_1. Är det fortfarande möjligt få samma isolerbarhetsprestanda som i a-uppgiften? Om inte, inför lämpliga modeller över felens temporala beteende så att isolering är möjligt. (2 poäng)

Uppgift 3. Betrakta den tidsdiskreta linjära modellen

$$y(t) = au(t) + bu(t) + c + v(t)$$

där y och u är kända signaler, a, b och c okända konstanter och v vitt normalfördelat brus med väntevärde 0 och standardavvikelse σ. I det felfria fallet är $a = a_0$, $b = b_0$ och $c = c_0$ där även a_0, b_0 och c_0 är okända. Ni ska diagnostisera biasfel i de tre konstanterna. Till ert förfogande har ni datasekvensen

$$y_{NF}(1), u_{NF}(1), y_{NF}(2), u_{NF}(2), \ldots, y_{NF}(M), u_{NF}(M)$$

som är inhämtad från ett felfritt system då insignalen $u_{NF}(t)$ har varierats.

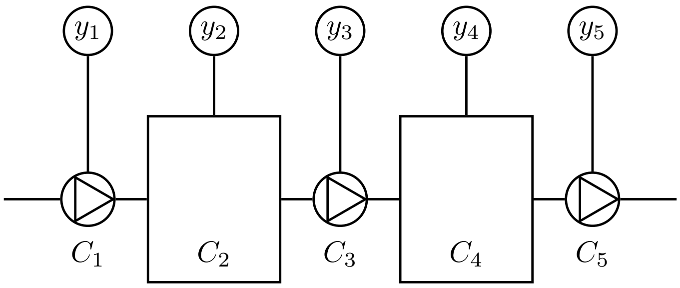
a) Vilka fel kan detekteras och vilka enkelfel kan isoleras från varandra? (1 poäng)

b) Konstruera ett diagnossystem som kan detektera och isolera enkelfel så långt som möjligt. Diagnossystemet ska vara konstruerat så att det även kan hantera datasekvenser där u är konstant. När ni tecknar teststorheterna kan ni anta att de appliceras på datasekvensen

$$y_s(1), u_s(1), y_s(2), u_s(2), \ldots, y_s(N), u_s(N)$$

från ett system med okänt fel. Ange också teststorheternas fördelning samt beskriv hur fördelningen används för att beräkna trösklar så att falskalarmssannolikheten blir 1%. Vid beräkningen av fördelningen kan ni anta att konstanterna a_0, b_0, c_0 är noggrannt bestämda sen tidigare, dvs. via den felfria sekvensen med M mycket stor. (6 poäng)

Uppgift 4. Nedan visas en skiss av en process bestående tre pumpar C_1, C_3, C_5 och två tankar C_2 och C_4.



Pumparna pumpar vätska genom processen från vänster till höger. Pumparna och tankarna har två beteendemoder OK och $\neg OK$. Inget annat i processen kan gå sönder och tillflödet antas vara pålitligt. För reglering, detektion och isolering har en givare y_i installerats på varje komponent C_i. I tankarna mäts vätskenivån och i pumparna mäts flödet. Givarna kan anta tre värden `låg`, `normal` eller `hög`. Om till exempel $y_1 = \texttt{låg}$ betyder det att flödet genom pumpen C_1 är lägre än det borde vara. Är $y_2 = \texttt{hög}$ så finns det mer vätska i tank C_2 än förväntat. Fyra teststorheter definieras som

$$T_{1,i} := (y_i = \texttt{låg} \wedge y_{i+1} = \texttt{låg}) \vee (y_i = \texttt{hög} \wedge y_{i+1} = \texttt{hög})$$

för $i = 1, 2, 3$ och 4 och fyra andra enligt

$$T_{2,i} := (y_i = \texttt{låg} \wedge y_{i+1} = \texttt{hög}) \vee (y_i = \texttt{hög} \wedge y_{i+1} = \texttt{låg})$$

för $i = 1, 2, 3$ och 4. Teststorheternas värden är i detta fall sant (= 1) eller falsk (= 0). Ett test larmar när $T_{i,j} \neq 0$.

Analys av testen ger att följande beslutsstruktur används:

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
$T_{1,1}$	X	0	0	0	0
$T_{1,2}$	X	X	0	0	0
$T_{1,3}$	X	X	X	0	0
$T_{1,4}$	X	X	X	X	0
$T_{2,1}$	0	X	X	X	X
$T_{2,2}$	0	0	X	X	X
$T_{2,3}$	0	0	0	X	X
$T_{2,4}$	0	0	0	0	X

a) Antag att vi observerar $y_1 = \texttt{hög}$, $y_2 = \texttt{låg}$, $y_3 = \texttt{låg}$, $y_4 = \texttt{hög}$ och $y_5 = \texttt{låg}$. Vilka test reagerar? (1 poäng)

b) Ange för varje test som reagerar motsvarande konflikt. (1 poäng)

c) Beräkna alla minimala diagnoser med hjälp av konflikterna framtagana i deluppgift (c). (2 poäng)

d) Avgör om alla enkelfel kan detekteras och unikt isoleras. Motivera! (2 poäng)

e) Avgör om något test kan tas bort utan att försämra isolerbarheten. Om så är fallet, ange också vilket eller vilka test som kan tas bort. Motivera! (2 poäng)

Uppgift 5. Betrakta ett hypotestest med enkla hypoteser

$$
\begin{aligned}
H^0 : \theta =& \theta_0 \\
H^1 : \theta =& \theta_1
\end{aligned}
$$

Antag att sannolikheten för att observera y_i givet att $\theta = \theta_j$ är $P_{\theta_j}(y)$ för $j = 0, 1$.

a) Teckna log-likelihoodkvoten för hypotestestet. (1 poäng)

b) Hur beror väntevärdet av log-likelihoodkvoten av θ. (1 poäng)

c) Antag att du har N datasampel av mätsignalen y_i till ditt förfogande för att beräkna en teststorhet. Teckna en teststorhet, baserad på log-likelihood kvoten, för hypoteserna ovan under antagandet att y_i:na är oberoende. (1 poäng)

d) För att använda teststorheten i uppgift (c) måste N väljas. Diskutera hur värdet av N påverkar diagnosprestandan. Nämn fördelar både med att välja små N och stora N. (1 poäng)

e) I cusum-algoritmen beaktas också att θ kan ha bytt värde under de N insamlade datasamplen. Teckna hypoteserna för testet genom att införa hopptidpunkten t_{ch}. (1 poäng)

f) Teckna teststorheten för cusum-algoritmen. (1 poäng)

g) Jämför de två olika metoderna och diskutera eventuella för- och nackdelar. (1 poäng)

Uppgift 6. Betrakta följande system av linjära differentialekvationer

$$
\begin{aligned}
e_1 : \quad & \dot{x}_1 = -x_1 + x_2 + x_5 \\
e_2 : \quad & \dot{x}_2 = -2x_2 + x_3 + x_4 \\
e_3 : \quad & \dot{x}_3 = -3x_3 + x_5 + f_1 \\
e_4 : \quad & \dot{x}_4 = -4x_4 + x_5 + f_2 \\
e_5 : \quad & \dot{x}_5 = -5x_5 + u + f_3
\end{aligned}
$$

där x_i är tillståndsvariablerna, u en känd styrsignal och f_i är felen vi vill detektera och isolera. Antag att vi kan montera på sensorer som mäter tillståndsvariablerna x_i.

En mängd av sensorer som ger detekterbarhet för alla felen kallas minimal om en strikt delmängd av sensorerna ej ger full detekterbarhet.

Hitta alla minimala sensormängder sådana att alla fel blir detekterbara. (4 poäng)

Tips: Att direkt använda detektionsresultaten i kursen är en möjlig men potentiellt jobbig väg. Ibland finns det genvägar.

Bilaga

Överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{b_1 s^{n-1} + \cdots + b_{n-1}s + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1}s + a_n}$$

kan beskrivas på tillståndsform som

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -a_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & & \\ -a_{n-1} & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{n-1} \\ b_n \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} x$$