Lösningsförslag/facit till Tentamen

TSFS06 Diagnos och övervakning
4 juni, 2007, kl. 08.00-12.00

Tillåtna hjälpmedel: TeFyMa, Beta, Physics Handbook, Reglerteknik (Glad och Ljung), Formelsamling i statistik och signalteori och miniräknare.

Ansvarig lärare: Jan Åslund, tel 281692.

Betyg rapporteras in och anslås senast den 21:e juni

Visning av skrivningen sker kl. 11.30 den 21:e juni på Fordonssystem.

Totalt 40 poäng.
Preliminära betygsgränser:
Betyg 3: 18 poäng
Betyg 4: 25 poäng
Betyg 5: 30 poäng

Uppgift 1.

a) f_1 och f_2 är detekterbara, men inte f_3.

b) Två stycken.

c) Modellen ger att följande konsistensrelation

$$\dot{y}_2 + 3y_2 - u = 0$$

vilken isolerar f_2 från f_1. Den är minimal för att det finns inga statiska konsistensrelationer i modellen eftersom C-matrisen har full radrang. Vill man isolera f_1 från f_2 så krävs en residual känslig för f_1 men inte f_2. Detta går endast genom att endast använda mätsignal y_1 och man kan härleda konsistensrelationen

$$\ddot{y}_1 + 4\dot{y}_1 + 3y_1 - 4u - \dot{u} = 0$$

På överföringsfunktionsform så blir därmed två residualer, med poler i $s = -1$ och med $z = (y_1, y_2, u)$,

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{1}{p+1}\begin{bmatrix}0 & p+3 & -1\end{bmatrix} z \\ r_2 &= \frac{1}{(p+1)^2}\begin{bmatrix}2p+2 & 0 & -p-4\end{bmatrix} z + \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix} z \end{aligned}$$

vilket på tillståndsform blir

$$\begin{aligned} \dot{w}_1 &= -w_1 + 2y_2 - u & \qquad \dot{w}_2 &= \begin{bmatrix}-2 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix} w_2 + \begin{bmatrix}2 & 0 & -1\\ 1 & 0 & -4\end{bmatrix} z \\ r_1 &= w_1 + y_2 & r_2 &= \begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix} w_2 + y_1 \end{aligned}$$

Uppgift 2.

a) Modell med införda fel kan skrivas

$$\begin{aligned} \dot{h} &= -c_1(1+f_1)\sqrt{h} + k(u+f_3) \\ y_1 &= h \\ y_2 &= c_2(1+f_1)\sqrt{h} + f_2 \end{aligned}$$

b) Ja felen går att isolera från varandra. Det går att visa genom att konstruera tre residualer med felkänslighet enligt

	f_1	f_2	f_3
r_1	0	X	X
r_2	X	0	X
r_3	X	X	0

c) Det är inte möjligt att isolera felen men med till exempel ett konstantfelsantagande på alla felen så är isolering möjlig.

Uppgift 3.

a) Alla fel kan detekteras och isoleras förutom att biasfel i a och b inte kan isoleras från varandra.

b) Med linjär regression används den felfria sekvensen för att skatta den felfria modellen enligt

$$\begin{aligned} Y_{NF} &= \begin{bmatrix}y_{NF}(1) & y_{NF}(2) & \dots & y_{NF}(M)\end{bmatrix}^T \\ \Phi_{NF} &= \begin{bmatrix}u_{NF}(1) & u_{NF}(2) & \dots & u_{NF}(M)\\ 1 & 1\dots & 1\end{bmatrix}^T \\ \theta_{NF} &= \begin{bmatrix}\theta_{NF,1}\\ \theta_{NF,2}\end{bmatrix} = (\Phi_{NF}^T\Phi_{NF})^{-1}\Phi_{NF}^T Y_{NF} \end{aligned}$$

$\theta_{NF,1}$ är en skattning av $a_0 + b_0$ och $\theta_{NF,2}$ en skattning av c_0.

För att uppfylla detekterbarhets och isolerbarhetskraven kan följande beslutsstruktur ställas upp

	F_a	F_b	F_c
T_1	0	0	X
T_2	X	X	0

Test T_1 kan enligt prediktionsfelsmetoden konstrueras enligt:

$$\begin{aligned}
Y_1 &= \begin{bmatrix} y_s(1) - \theta_{NF,2} & y_s(2) - \theta_{NF,2} & \dots & y_s(N) - \theta_{NF,2} \end{bmatrix}^T \\
\Phi_1 &= \begin{bmatrix} u_s(1) & u_s(2) & \dots & u_s(N) \end{bmatrix}^T \\
\theta_1 &= (\Phi_1^T \Phi_1)^{-1} \Phi_1^T Y_1 \\
R_1 &= Y_1 - \Phi_1 \theta_1 \\
T_1 &= R_1^T R_1 / \sigma^2 \sim \chi^2(N-1)
\end{aligned}$$

Test T_2 blir analogt:

$$\begin{aligned}
Y_2 &= \begin{bmatrix} y_s(1) - \theta_{NF,1} u_s(1) & y_s(2) - \theta_{NF,1} u_s(2) & \dots & y_s(N) - \theta_{NF,1} u_s(N) \end{bmatrix}^T \\
\Phi_2 &= 1_{N \times 1} \\
\theta_2 &= (\Phi_2^T \Phi_2)^{-1} \Phi_2^T Y_2 \\
R_2 &= Y_2 - \Phi_2 \theta_2 \\
T_2 &= R_2^T R_2 / \sigma^2 \sim \chi^2(N-1)
\end{aligned}$$

Om F betecknar den fördelningsfunktionen för $\chi^2(N-1)$ så bestäms trösklarna enligt $J = F^{-1}(1 - 0.01) = F^{-1}(0.99)$.

Uppgift 4.

a) Testen $T_{2,1}$, $T_{1,2}$, $T_{2,3}$ och $T_{2,4}$ har larmat.

b) Konflikterna är $\{C_2, C_3, C_4, C_5\}$, $\{C_1, C_2\}$, $\{C_4, C_5\}$ och $\{C_5\}$.

c) De minimala diagnoserna är $\{C_1, C_5\}$ och $\{C_2, C_5\}$. Det förenklar beräkningarna betydligt om man först använder resultatet att de minimal konflikterna karaktäriserar alla minimala diagnoser.

d) Alla enkelfel kan detekteras och unikt isoleras.

e) Inget av de åtta testen kan tas bort utan att enkelfelsisolerbarheten försämras.

Uppgift 5.

a)

$$s_i = \ln \frac{L(\theta_1 | y_i)}{L(\theta_0 | y_i)} = \ln \frac{P_{\theta_1}(y_i)}{P_{\theta_0}(y_i)}$$

b) $E_{\theta_1}(s_i) > 0$ och $E_{\theta_0}(s_i) < 0$.

c) Teststorheten är $g_k = S_{N(k-1)+1}^{Nk}$ där $S_j^l = \Sigma_{i=j}^l s_i$.

d) Att höja N ger en minskad brusvarians på teststorheten men också längre detektionstid.

e)

$$\begin{aligned}
H^0 : \theta =& \theta_0, \forall t \\
H^1 : \theta =& \begin{cases} \theta_0 & t < t_{ch} \\ \theta_1 & t \geq t_{ch} \end{cases}
\end{aligned}$$

f)

$$
\begin{aligned}
g_k &= S_1^k - m_k \\
m_k &= \min_{1 \le j < k} S_1^j
\end{aligned}
$$

g) För samma fönsterlängd N har cusum-algoritmen kortare detektionstid.

Uppgift 6. Mängden av minimala sensormängder är

$$\{x_1\}, \{x_2\}, \{x_3, x_4\}$$