

# Tentamen

## TSFS06 Diagnos och övervakning 14 augusti, 2007, kl. 14.00-18.00

Tillåtna hjälpmedel: TeFyMa, Beta, Physics Handbook, Reglerteknik (Glad och Ljung), Formelsamling i statistik och signalteori och miniräknare.

Ansvarig lärare: Erik Frisk, tel 285714.

Betyg rapporteras in och anslås senast den 28:e augusti

Visning av skrivningen sker kl. 11.30 den 29:e augusti på Fordonssystem.

Totalt 40 poäng.  
Preliminära betygsgränser:  
Betyg 3: 18 poäng  
Betyg 4: 25 poäng  
Betyg 5: 30 poäng

**Uppgift 1.** Betrakta modellen

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 &= 2x_2 + u_1 \\ \dot{x}_3 &= x_1 + 3x_3 + u_2 \\ y_1 &= x_1 \\ y_2 &= x_3\end{aligned}$$

där  $x_i$  är obekanta tillståndsvariabler,  $u_i$  och  $y_i$  är kända in respektive ut-signaler.

- a) Ange, för en generell linjär tillståndsmodell

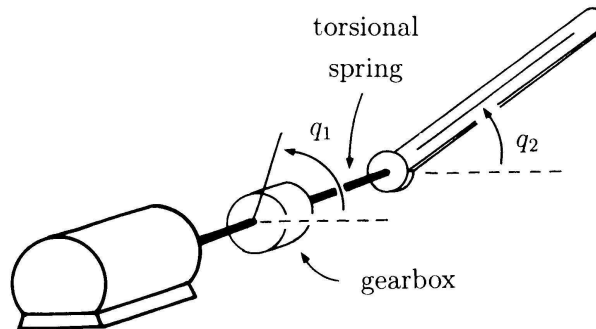
$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx\end{aligned}$$

villkor för att statisk redundans ska existera.

Ange huruvida det finns dynamisk respektive statisk redundans i exempelmodellen ovan samt relatera till det generella villkoret. (3 poäng)

- b) Hur stor är den största mängden av linjärt oberoende konsistensrelationer för modellen ovan? (1 poäng)
- c) Ta fram en största mängd av linjärt oberoende konsistensrelationer. (2 poäng)
- d) Ta en av konsistensrelationerna från c-uppgiften och använd den för att konstruera en residualgenerator. Residualgeneratorn ska skrivas på tillståndsform och inga derivator av kända signaler får användas. Alla poler ska placeras i  $-2$ . (2 poäng)

**Uppgift 2.** I figuren nedan visas en principskiss på en robotarm med en motor, två flexibla axlar och en växellåda.



Systemet kan beskrivas av följande differentialekvationer

$$\begin{aligned}J_1 \ddot{q}_1 + \mu_1 \dot{q}_1 + \frac{K}{n} (q_2 - \frac{q_1}{n}) &= T \\ J_2 \ddot{q}_2 + \mu_2 \dot{q}_2 + K (q_2 - \frac{q_1}{n}) + mgd \cos q_2 &= 0\end{aligned}$$

där  $q_1$  är vinkel på motoraxeln,  $q_2$  vinkeln på utgående axel vid last, och  $T$  momentet från den drivande motorn. Vinklarna  $q_1$  och  $q_2$  är båda relativa en fix vinkel på motoraxeln.

I modellen finns konstanterna  $J_i$  som representerar tröghetsmoment,  $\mu_i$  är friktionskoefficienter,  $K$  styvhetskonstant hos axlarna,  $n$  utväxlingsförhållande i växellådan,  $m$  massa hos lasten, och  $d$  avstånd till tyngdpunkt hos lasten. De nominella värdena på dessa konstanter kan antas kända.

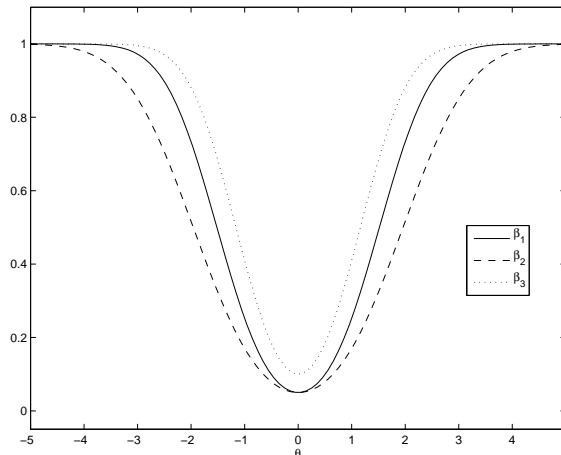
Antag att vi kan mäta vinkelhastighet på motoraxel  $\dot{q}_1$  samt vinkel vid last  $q_2$ . Motorn styrs av ett datoriserat styrsystem och man vet därför också det förväntade momentet  $T$  ut ifrån motorn.

- a) Utöka modellen med modeller över följande 5 fel: (3 poäng)
1. Fel i de båda sensorerna (2 fel).
  2. Fel i den drivande motorn (1 fel).
  3. Ökad friktion i de båda axelupphängningarna (2 fel).
- b) Ta fram en konsistensrelation med vilken det är möjligt att isolera ökad friktion i utgående axels upphängning från fel i den drivande motorn. (3 poäng)
- c) Avgör om sensorfelen är detekterbara, och i så fall om de är starkt detekterbara eller inte. (3 poäng)

**Uppgift 3.** Betrakta igen processen i uppgift 2. Skriv modellen på tillståndsform och konstruera en residualgenerator med observatörsteknik som avkopplar ett av sensorfelen och detekterar övriga fel. Motivera att tillstånden är observerbara från de mätsignaler som återkopplas i observatören. Ange hur man kan gå tillväga för att bestämma återkopplingsförstärkningen. (6 poäng)

**Uppgift 4.**

- a) Styrkefunktioner kan användas för att utvärdera hur bra olika test är på att detektera ett givet fel. I figuren nedan är styrkefunktionen  $\beta_i$  plottad för tre olika tester som alla är designade för att detektera en förändring i parametern  $\theta$ . Det felfria fallet svarar mot  $\theta = 0$ .



Ange vad som kan sägas om inbördes relationer mellan de tre testernas prestanda, dvs. vilka test kan sägas vara bättre än vilka andra. Motivera. (2 poäng)

- b) Antag vi har en mätsignal

$$y_i = \theta + e_i$$

där  $e_i$  är vitt normalfördelat brus med känd varians  $\sigma^2$  och väntevärde 0. Parametern  $\theta$  modellerar feltillstånd och är  $\theta_0$  i felfritt fall och  $\theta_1$  vid fel.

Antag  $\theta_0$  och  $\theta_1$  kända. Neyman-Pearson lemma säger då att för hypoteserna

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

$$H_1 : \theta = \theta_1$$

så är log-likelihood kvoten

$$T_i = \ln \frac{p_{\theta_1}(y_i)}{p_{\theta_0}(y_i)}$$

en optimal teststorhet.

Visa att  $E\{T_i\} > 0$  då  $\theta = \theta_1$  och att  $E\{T_i\} < 0$  då  $\theta = \theta_0$ . (2 poäng)

- c) Ofta är det inte realistiskt att  $\theta_1$  kan antas känd. Ange en lämplig teststorhet, baserad på log-likelihood kvoten ovan, då  $\theta_1$  ej är känd. Endast principen behöver illustreras, teststorheten behöver ej utvecklas fullt ut. Anta att testet baseras på en batch med  $N$  insamlade datapunkter  $y_1, \dots, y_N$ . (2 poäng)

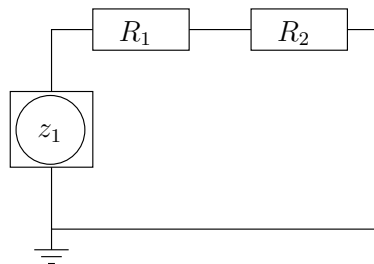
**Uppgift 5.** Antag ett diagnossystem som övervakar fyra olika komponenter  $c_1, \dots, c_4$  med tre olika residualer/test  $r_1, \dots, r_3$ . Modellen är behäftad med signifikanta modellfel och trösklarna har satts tillräckligt högt för att falsklarmssannolikheten ska vara under 1%. Beslutsstrukturen för systemet ser ut enligt tabellen nedan.

	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
$r_1$	X	X		
$r_2$	X			X
$r_3$		X	X	

En inledande analys av systemet har visat att multipla fel kan inträffa.

- a) Antag att residual  $r_1$  och  $r_2$  är signifikant större än respektive tröskel medans  $r_3$  ej gått över sin tröskel. Vilka är de genererade konflikterna? (2 poäng)
- b) Hur många diagnoser finns det givet dessa konflikter? Modellen innehåller inga modeller för hur systemet beter sig vid fel. Räkna även ut de minimala diagnoserna? (2 poäng)
- c) Antag att felen är lika sannolika och att de händer oberoende av varandra. Rangordna de minimala diagnoserna efter i vilken ordning de bör undersökas. Motivera. (1 poäng)
- d) I c-uppgiften finns två antaganden. Diskutera vad som händer med resonemanget om dessa två antaganden strykes. Diskutera runt hur rimliga dessa antaganden är i en verklig applikation. (2 poäng)

**Uppgift 6.**



- a) Betrakta kretsen ovan. Antag att båda resistorerna kan gå sönder och att deras respektive resistans förändras vid ett fel. Kretsen drivs av en signalgenerator och spänningen  $z_1$  är känd.

Om vi endast har tillgång till voltmetrar, är det då möjligt att unikt isolera de två enkelfelen? Motivera. (2 poäng)

- b) Svara på frågan i a-uppgiften då vi har mer än två resistorer i serie i samma struktur som i a-uppgiften. (2 poäng)