Lösningsförslag/facit till Tentamen

TSFS06 Diagnos och övervakning
1 juni, 2010, kl. 14.00-18.00

Ansvarig lärare: Mattias Krysander, tel 282198.

Totalt 40 poäng.
Preliminära betygsgränser:
Betyg 3: 18 poäng
Betyg 4: 25 poäng
Betyg 5: 30 poäng

Uppgift 1.

a)

$$\begin{aligned} \dot{w} - Aw - Bu &= 0 \\ y - Cw - f &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} pI - A \\ -C \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} -B & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -I \end{bmatrix} f = 0$$

Dimensionen på rummet av konsistensrelationer är m. (2 poäng)

b) Residual 1.

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{1}{(p+2)^2}\big((p^2 - p)y_1 + u\big) = \\ &= \frac{1}{p^2+4p+4}\big(((p^2+4p+4) - (5p+4))y_1 + u\big) = \\ &= y_1 + \frac{1}{(p+2)^2}\big(-(5p+4)y_1 + u\big) \end{aligned}$$

ger

$$\begin{aligned} \dot{w}_1 &= \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix} w_1 + \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ u \end{bmatrix} \\ r_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} w_1 + \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ u \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Residual 2.

$$r_2 = \frac{1}{p+2}(py_2 - u)$$

ger

$$\begin{aligned} w_2 &= -2w_2 - 2y_2 - u \\ r_2 &= w_2 + y_2 \end{aligned}$$

(3 poäng)

c) Från modellen kan vi härleda konsistensrelationen:

$$\dot{y}_1 - y_1 + y_2 = \dot{f}_1 - f_1 + f_2$$

som visar att båda felen är starkt detekterbara.

I residualerna är felen endast svagt detekterbara eftersom endast derivator av mätsignalerna ingår i motsvarande konsistensrelationer. (2 poäng)

Uppgift 2.

a) $OK(B) \wedge OK(C)$. (1 poäng)

b) Det räcker att hitta ett minimal hitting set för de minimala konflikterna $\{C\}$, $\{A, B\}$ och $\{A, D\}$. De minimala diagnoserna är $\{A, C\}$ och $\{B, C, D\}$. (2 poäng)

c) Isolerbarhetsmatrisen för diagnossystemet i a-uppgiften är:

	A	B	C	D
A	X			
B		X		
C			X	
D	X			X

(2 poäng)

d) MDH är uppfyllt om inga felmodeller används. En mod representerad som en mängd C är en diagnos om och endast om det existerar en minimal diagnos C_m så att $C_m \subseteq C$. (2 poäng)

Uppgift 3.

a)

$$y = \sqrt{x} \Rightarrow y^2 = x$$
$$r = \frac{d}{dt}(y^2) + y - \theta_0 u$$

(2 poäng)

b) Från a-uppgiften har vi att

$$\frac{d}{dt}(y^2) + y - \theta u = 0 \qquad (1)$$

Om ekvationen deriveras fås:

$$\frac{d^2}{dt^2}(y^2) + \dot{y} - \theta \dot{u} = 0 \qquad (2)$$

Genom att bilda $\dot{u}\cdot(1) - u\cdot(2)$ fås:

$$\begin{aligned}
0 &= \dot{u}(\frac{d}{dt}(y^2) + y) - u(\frac{d^2}{dt^2}(y^2) + \dot{y}) = \\
&= \dot{u}(2y\dot{y} + y) - u(2\dot{y}^2 + 2y\ddot{y} + \dot{y}) = \\
&= 2\dot{u}y\dot{y} + \dot{u}y - 2u\dot{y}^2 - 2uy\ddot{y} - u\dot{y}
\end{aligned}$$

(3 poäng)

c)

$$\dot{r'} + \alpha r' = \frac{d}{dt}(y^2) + y - \theta_0 u$$

där $\alpha > 0$. Sätt $w = r' - y^2$, då blir

$$\dot{w} = -\alpha(w + y^2) + y - \theta_0 u$$
$$r' = w + y^2$$

(2 poäng)

Uppgift 4.

- GLR:
  - III,
  - Fördelningarna utnyttjas både före och efter hoppet, men σ_1 antas vara okänt varför den parametern skattas i algoritmen.

- C eftersom GLR är den enda algoritmen som inte blir 0.

- CUSUM baserad på log-likelihoodkvoten:
  - I
  - De fullständiga fördelningarna inklusive parametervärdena utnyttjas både före och efter hoppet på ett optimalt sätt.
  - B eftersom I utnyttjar all statisk information och är således bäst på att detektera hoppet.
- CUSUM baserad på residualen:
  - II
  - Utnyttjar väntevärdet av beloppet av r_i både före och efter hoppet.
  - A, uteslutningsprincipen.

Uppgift 5.
Avkoppla f_2, dvs stryk (2). Efter strykning av ekvation (2) ingår bara m i ekvation (3) vilket gör att ekvation (3) alltid kan satisfieras genom att välja m lämpligt. Modellen som blir kvar är $\{(1), (4), (5)\}$ och felkänsligheten för residualen

	NF	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
r_3	0	X	0	0	X	X

Detta visar att felen f_2 och f_3 inte är isolerbara från varandra. Det går att göra residualgeneratorer både baserat på konsistensrelationer och observatörer i detta fall. Här illustreras observatörsalternativet:

Välj tillstånden $x = (\hat{\zeta}, \dot{\hat{\zeta}})^T$. Trycket p saknar tillståndsekvation och skattas därför med y_1. Ekvation (5) används för återkopplingen samt som residual:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 + K_1(y_2 - x_1) \\
\dot{x}_2 &= -g + \frac{F_b(y_1, x_1)}{M} - \frac{\mu}{M}x_2 + K_2(y_2 - x_1) \\
r_3 &= y_2 - x_1
\end{aligned}$$

Tillstånd x_2 påverkar x_1 och x_1 påverkar y_2 varför det är rimligt att x är observerbar från y_2.

Avkoppla f_4 dvs stryk ekvation (4). I residualgeneratorn ska $\{(1), (2), (3), (5)\}$ samt att $p = h(x, \zeta)$ användas. Felkänsligheten blir

	NF	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
r_4	0	X	X	X	0	X

Konstruera en observatör baserat på tillstånden $w = (\hat{\zeta}, \dot{\hat{\zeta}}, \hat{m})^T$.

$$\begin{aligned}
\dot{w}_1 &= w_2 + K_1(y_2 - w_1) \\
\dot{w}_2 &= -g + \frac{F_b(h(w_3RT, w_1), w_1)}{M} - \frac{\mu}{M}w_2 + K_2(y_2 - w_1) \\
\dot{w}_3 &= u_1 g_1(h(w_3RT, w_1)) + u_2 g_2(h(w_3RT, w_1)) + K_3(y_2 - w_1) \\
r_4 &= y_2 - w_1
\end{aligned}$$

Tillståndet w_3 påverkar w_2 som påverkar w_1 som mäts med y_2 varför det är rimligt att w är observerbar från y_2.

Uppgift 6.

a) Nollhypotesen är att föraren kan undvika kollision och alternativhypotesen att föraren inte kan påverka huruvida bilen kolliderar eller ej. Formellt kan hypoteserna skrivas som

$$H^0 : 0 \geq vt_0 - s$$
$$H^1 : 0 < vt_0 - s$$

En teststorhet T kan skapas som

$$T = y_2 t_0 - y_1$$

Teststorheten blir under H^0:

$$T = y_2 t_0 - y_1 = \underbrace{vt_0 - s}_{\leq 0 \text{ under } H^0} - \xi \leq -\xi$$

med likhet då $vt_0 = s$. För att garantera falskalarmssannolikheten p, betraktar vi fallet då $vt_0 = s$ dvs det fall under H^0 som gör teststorheten störst. Givet att $vt_0 = s$ så är $T \sim N(0, \sigma^2)$ eller $T/\sigma \sim N(0, 1)$. Tröskeln J väljs då till $J = \sigma F^{-1}(1 - p)$. Om testet larmar dvs om $T > J$, är åtgärden att automatiskt bromsa maximalt, annars vidtas ingen åtgärd.

b) Vid konstant retardation a blir stoppsträckan s_s:

$$s_s = \frac{v^2}{2a}$$

Sträckan fram till hindret s_b då bromsen slås på ges av:

$$T = y_2 t_0 - y_1 = vt_0 - s_b - \xi = J$$

Löser vi ut s_b får vi:

$$s_b = vt_0 - J - \xi$$

Eftersom ξ är normalfördelad med väntevärde 0 så gäller i 50% av fallen att

$$s_b \geq vt_0 - J$$

Villkoret för att undvika kollision är $s_b > s_s$ vilket om det utvecklas ger att

$$2.18\text{m/s} < v < 9.82\text{m/s}$$

För $v \geq 3$m/s så gäller att sannolikheten för kollision kan reduceras med minst 50% om bilens hastighet är mindre än 9.82m/s $\approx$ 35km/h.