Tentamen

TSFS06 Diagnos och övervakning
13 januari, 2011, kl. 14.00-18.00

Tillåtna hjälpmedel: TeFyMa, Beta, Physics Handbook, Reglerteknik (Glad och Ljung), Formelsamling i statistik och signalteori samt miniräknare.

Ansvarig lärare: Mattias Krysander

Totalt 40 poäng.
Preliminära betygsgränser:
Betyg 3: 18 poäng
Betyg 4: 25 poäng
Betyg 5: 30 poäng

Uppgift 1. Betrakta beslutstrukturen nedan med 4 olika test som övervakar 5 komponenter, A, B, C, D och E.

	A	B	C	D	E
T_1	0	0	X	X	X
T_2	0	X	0	0	X
T_3	0	X	X	X	0
T_4	X	0	0	X	X

Varje komponent kan vara i mod OK eller $\neg OK$.

a) Antag att A och C är trasiga. Uttryck i mängdnotation de konflikter som genereras om alla test som ska reagera på fel i någon av dessa komponenter gör det. (2 poäng)

b) Beräkna mängden av alla minimala diagnoser givet konflikterna i (a)-uppgiften. (2 poäng)

c) Beräkna mängden av alla diagnoser med minimal kardinalitet, dvs diagnoser med minst antal trasiga komponenter, för konflikterna i (a)-uppgiften. (1 poäng)

d) Beskriv fördelar och nackdelar med minimala diagnoser jämfört med diagnoser med minimal kardinalitet. Använd resultatet i uppgifterna (a)-(c) för att exemplifiera påståendena. (2 poäng)

Uppgift 2. Betrakta återigen beslutstrukturen i uppgift 1.

a) Beskriv enkelfelsisolerbarheten hos diagnossystemet i uppgift 1 via en isolerbarhetsmatris. (2 poäng)

b) Antag att modellen som testerna har härletts från har egenskapen att enkelfelsisolerbarheten är symmetrisk, dvs om fel f_i är isolerbar från f_j så är f_j isolerbar från f_i. Vilken enkelfelsisolerbarhet har *modellen*. Motivera. (1 poäng)

c) Komplettera beslutsstrukturen med ett minimalt antal test så att diagnossystemet får maximal enkelfelsisolerbarhet. Antag att maximalt två fel kan avkopplas i varje ytterligare test. (2 poäng)

Uppgift 3. Antag ett system med 5 komponenter, A, B, C, D och E, modellerat med en linjär dynamisk modell

$$\begin{aligned}
OK(A) &\to \dot{x}_1 = -2x_1 + x_2 + u \\
OK(B) &\to \dot{x}_2 = x_1 - 2x_2 \\
OK(C) &\to y_1 = x_1 \\
OK(D) &\to y_2 = x_2 \\
OK(E) &\to y_3 = x_2
\end{aligned}$$

där x_i är obekanta, y_i givarsignaler och u en känd aktuatorsignal. Varje komponent kan vara i mod OK eller $\neg OK$.

a) Inför felsignaler för komponentfelen och skriv modellen på formen

$$H(p)x + L(p)z + F(p)f = 0$$

där x är de okända signalerna, z de kända signalerna och f felen. Låt felsignalen f_a representera ett fel i komponent A, osv. (2 poäng)

b) Vilken dimension har rummet av alla konsistensrelationer. (1 poäng)

c) Ange en bas för rummet av konsistensrelationer. (2 poäng)

d) Konstruera en residualgenerator som avkopplar både fel i komponent C och E. Residualgeneratorn behöver inte vara skriven på tillståndsform, men skall vara stabil och realiserbar. (2 poäng)

Uppgift 4.

a) Definiera styrkefunktionen (power function) och beskriv hur den kan användas inom diagnos. (2 poäng)

b) Antag att vi har mätningar y och modellen

$$y(t) = \theta + \epsilon(t)$$

där konstanten $\theta = 0$ svarar mot felfritt system och $\theta \neq 0$ svarar mot ett system med fel i. Signalen $\epsilon(t)$ är vitt normalfördelat brus med väntevärde 0 och standardavvikelse σ.

Konstruera en residualgenerator som detekterar felet, ange hur tröskeln bestäms för att uppnå en given falsklarmssannolikhet, samt teckna styrkefunktionen för residualgeneratorn. Använd funktionen som definieras av

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2}\, dt$$

för att uttrycka dina svar. (3 poäng)

c) I en industriell tillämpning är det oftast inte säkert att det går att genomföra räkningarna enligt b-uppgiften. Förklara viktiga skäl varför och skissa på en metod att ändå använda styrkefunktioner i utvecklingen av diagnossystem. (2 poäng)

Uppgift 5.

a) Antag ett olinjärt system som beskrivs av differential-ekvationer på formen

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= x_3 \\
&\vdots \\
\dot{x}_n &= f(x_1, x_2, \ldots, x_n, u) \\
y &= x_1
\end{aligned}$$

Ett system som kan skrivas på den här formen har *relativt gradtal* lika med systemets ordning n.

Ange varför den här formen är attraktiv för att skapa en konsistensrelation och skriv ned ett explicit uttryck för en residualgenerator då

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n, u) = -u \sum_{i=1}^{n} x_i$$

Det kan antas att derivator av kända signalerna y och u kan skattas tillräckligt noggrant. (2 poäng)

b) Antag ett andra ordningens system på formen ovan. Konstruera, med observatörsteknik, en residualgenerator och beskriv en metod för hur observatörsförstärkningen kan bestämmas.

För att observatörsmetodiken ska lyckas krävs att systemet är observerbart, beskriv varför ett system på den här speciella formen alltid är observerbart. (3 poäng)

c) Antag ett tredje ordningens system, dvs. $n = 3$ och att funktionen f i modellen ovan ges av

$$f(x_1, x_2, x_3, u) = -x_1 - x_2 - x_3 + u$$

En tänkbar residualgenerator skulle då kunna vara

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 \\
\dot{\hat{x}}_2 &= \hat{x}_3 \\
\dot{\hat{x}}_3 &= -\hat{x}_1 - \hat{x}_2 - \hat{x}_3 + u \\
r &= y - \hat{x}_1
\end{aligned}$$

Diskutera argument för och mot en sådan residualgenerator. (2 poäng)

Uppgift 6. Antag att en process beskrivs av ett stabilt första ordningens system

$$\begin{aligned}
x_{t+1} &= ax_t + bu_t + f_t \\
y_t &= cx_t + \epsilon_t
\end{aligned}$$

där f_t är ett fel vi vill detektera och ϵ_t är vitt, normalfördelat brus med varians 1.

a) En tänkbar residualgenerator ges av uttrycket

$$\begin{aligned}
\hat{x}_{t+1} &= a\hat{x}_t + bu_t + k(y_t - c\hat{x}_t) \\
r_t &= \frac{1-(a-kc)}{c}(y_t - c\hat{x}_t)
\end{aligned}$$

Faktorn i $(1-(a-kc))/c$ i residualekvationen är vald så att den stationära förstärkningen från fel till residual är lika med 1. Detta är gjort enbart för att förenkla räkningarna. Observatörsförstärkningen k väljs så att observatörens pol ligger i intervallet $]0,1[$, dvs. $0 < a - kc < 1$.

Ta fram ett uttryck för den interna formen för residualgeneratorn, dvs. beskriv hur r_t beror på bruset ϵ_t och felet f_t. (2 poäng)

b) För ett skalärt och stabilt dynamiskt system

$$e_{t+1} = \alpha e_t + \beta \epsilon_t$$

så ges variansen σ_e^2 hos signalen e_t av

$$\sigma_e^2 = \frac{\beta^2}{1-\alpha^2}\sigma_\epsilon^2$$

Visa detta samband. (1 poäng)

c) Använd uttrycket i b-uppgiften för att bestämma ett uttryck för variansen hos residualen r_t för ett felfritt system, dvs. då $f_t = 0$. (2 poäng)

d) En kvot (FNR=fault to noise ratio) mellan felpåverkan och brus i residualen kan tecknas

$$\text{FNR} = \frac{G_{rf}(0)^2}{\sigma_r^2}$$

där $G_{rf}(0)$ betecknar residualgeneratorns statiska förstärkning av felet. FNR är ett mått på hur bra residualen är att detektera fel. Resonera runt egenskaper hos FNR, i vilken situation är det ett rimligt mått på prestanda och när är det inte det?

Med hjälp av svaret i c-uppgiften, teckna ett uttryck för FNR och beskriv hur FNR beter sig då $k \to (a-1)/c$, dvs. då observatörens pol närmar sig 1. (2 poäng)