

Fö 3 - TMEI01 Elkraftteknik

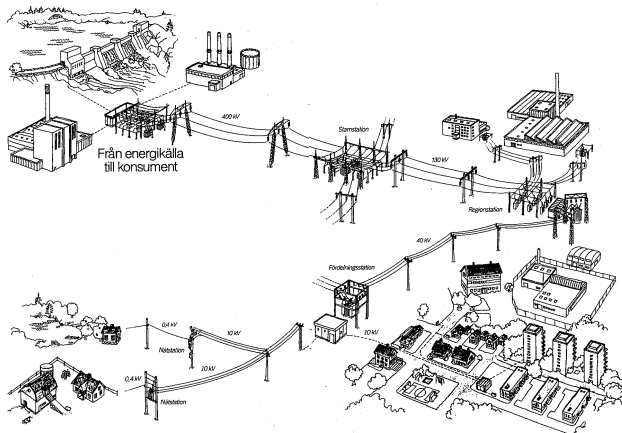
Enfastransformatorn

Christofer Sundström

27 januari 2020

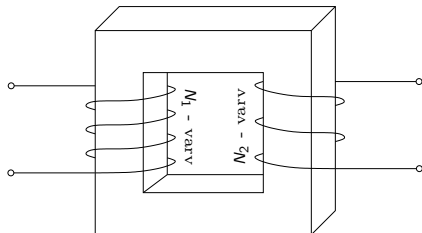
- 1 Transformatorns grunder
- 2 Omsättning
- 3 Ideal transformator, krettschema och övertransformering
- 4 Icke ideal transformator
 - Tomgångsprov
 - Kortslutningsprov
- 5 Beräkningsexempel

Sveriges Elsystem - Från energikälla till konsument



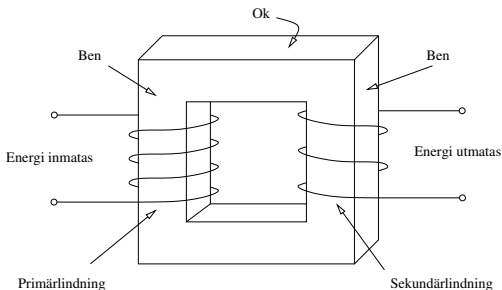
Transformatorns grunder

- En elektromagnetisk maskin utan rörliga delar.
- Arbetar enligt induktionsprincipen
- Användbar **endast för växelström**
- Huvuduppgiften är att **omvandla** (transformera) **spänningen** för en växelström
- Kan även användas för att **isolera** elektriska kretsar från varandra.



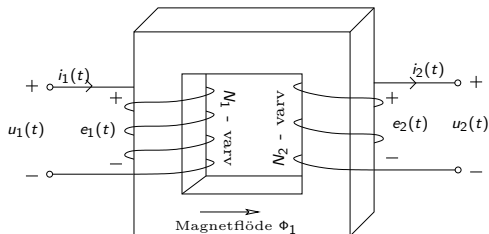
Primär- och sekundärlindning

- Primärlindningen **tar emot** energi från källan
- Sekundärlindningen **avger** energi till förbrukaren
- Upplindning är lindningen med **högre** spänning
- Nedlindningen är lindningen med **lägre** spänning



Transformatorns arbetsätt

- 1 Spänningen $\mathbf{u}_1(\mathbf{t})$ läggs på transformatorns primärsida
- 2 Det pulserande magnetflödet som uppstår alstrar den inducerade emk'n $\mathbf{e}_1(\mathbf{t})$ och $\mathbf{e}_2(\mathbf{t})$. Riktningen på spänningarna är sådana att de försöker motverka strömförändringar.
- 3 Den inducerade spänningen $\mathbf{e}_2(\mathbf{t})$ driver en ström $\mathbf{i}_2(\mathbf{t})$
- 4 Förluster i transformatorn ger ett spenningsfall och utspänningen från transformatorn är $\mathbf{u}_2(\mathbf{t})$



Figur: Transformatorn och dess referensriktningar. En spänning $u_1(t)$ läggs på på primärsidan varpå en annan spänning $u_2(t)$ uppstår på sekundärsidan.

Omsättning vid tomgång

Storleken av de inducerade spänningarna är

$$e_n(t) = N_n \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad \text{Uttryckt i magnetflöde}$$

Utgående från ett givet magnetflödet $\Phi = \hat{\Phi} \sin(\omega t)$ får vi alltså emk'erna

$$e_1(t) = N_1 \frac{d\Phi(t)}{dt} = N_1 \frac{d}{dt} \hat{\Phi} \sin(\omega t) = \omega N_1 \hat{\Phi} \cos(\omega t)$$

$$e_2(t) = N_2 \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

Med komplex notation för spänningarna och flödet så fås

$$\mathbf{E}_1 = \omega N_1 \Phi \cdot j$$

$$\mathbf{E}_2 = \omega N_2 \Phi \cdot j$$

Spänningarna E_1 och E_2 hänger alltså ihop enligt

Spänningslagen

$$\frac{E_1}{N_1} = \frac{E_2}{N_2} \Rightarrow \text{ideal transformator} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

För en **ideal** transformator så är dessutom instoppad effekt lika med uttagen effekt, dvs $\mathbf{S}_1 = \mathbf{S}_2$. Alltså gäller att

$$U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{U_1}{U_2}$$

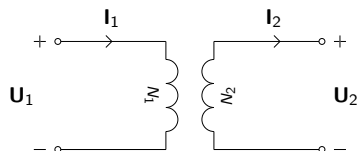
Vilket ger oss

Strömlagen

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

Krettschema för ideal transformator

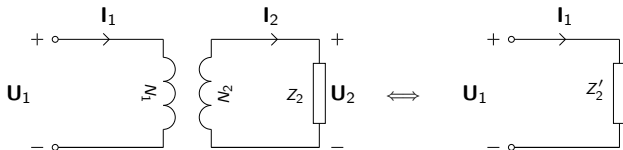
För en **ideal** transformator så är spänningarna $e_n(t) = u_n(t)$ lika.
Symbolen för en ideal transformator brukar ritas enligt



Figur: Symbol och referensriktningar för en ideal transformator.

Övertransformering av impedans

Alla laster på sekundärsidan av en ideal transformator kan övertransformeras till en ekvivalent last på primärsidan och vice versa.



$$(1) \cdot (2)^{-1} : \frac{U_1}{U_2} \cdot \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{Z_2} = \frac{U_2}{I_2}, Z'_2 = \frac{U_1}{I_1} \Rightarrow \frac{Z'_2}{Z_2} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2$$

I fallet ovan blir I_1 lika stor för ett visst U_1 under förutsättning att

$$Z'_2 = Z_2 \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2$$

Icke ideal transformator: Förluster

I en verklig transformator så har vi förluster

- Magnetiseringsförluster, eller **Järnförluster**, dvs förluster som uppkommer p.g.a. ommagnetisering av järnet.
- Strömförluster, eller **Kopparförluster**, dvs $R \cdot I^2$ förluster i lindningarna.

Magnetflödet bestäms av spänningen så järnförluster är tomgångsförluster medan kopparförlusterna bestäms av strömmen och därmed belastningsgraden.

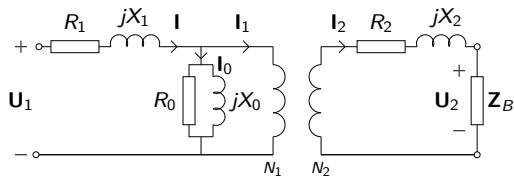
Kopparförluster

$$P_{Cu} = P_{FB} = \text{Belastningsförluster}$$

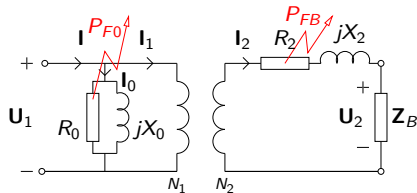
Järnförluster

$$P_{Fe} = P_{F0} = \text{Tomgångsförluster}$$

Icke ideal transformator: Modell och Krettschema



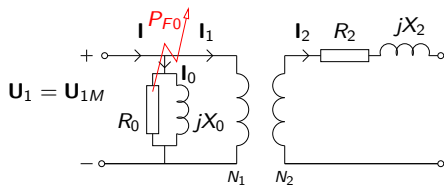
Figur: Tomgångsförlusterna uppstår i R_0 och belastningsförlusterna i R_1 resp. R_2 .



Figur: Förenklad modell av en icke ideal transformator. Här har strömförlusterna från primärsidan övertransformerats till sekundärsidan. Felet blir litet eftersom I_0 är litet i förhållande till I_1

Ikke ideal transformator: Tomgangsprov

P_{F0} kan måtas ved ett s.k. tomgangsprov. Transformatorn drivs i tomgång vid märkspänning på primärsidan $U_1 = U_{1M}$. P_{F0} och tomgångsströmmen $I = I_0$ mäts.

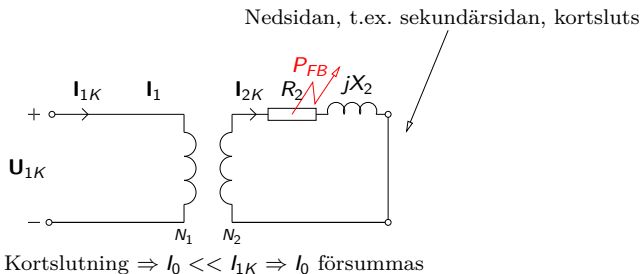


Tomgång $\Rightarrow I_1 = I_2 = 0$

Vi har då att $P_{F0} = U_0 I_0 \cos(\varphi_0)$

Icke ideal transformator: Kortslutningsprov

P_{FB} vid märkström, P_{FBM} , kan mätas vid ett s.k. kortslutningsprov. Nedsidan kortsluts medan uppsidan matas med märkström I_{1M} . Spänningen U_{1K} justeras alltså så att $I_{1K} = I_{1M}$. Försummas P_{F0} så är kortslutningsförlusterna samma som belastningsförlusterna vid märkström.

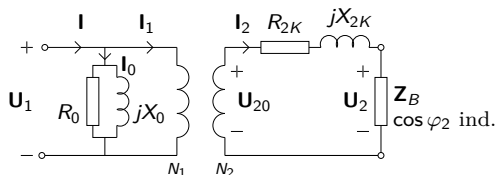


Vi har då att $P_{FKM} = P_{FBM} = R_2 I_{2K}^2 = R_2 I_{2M}^2$, $I_{2K} = \frac{N_1}{N_2} I_{1K}$

$$Z_{2K} = \frac{U_{2K}}{I_{2K}}, \quad Z_{2K} = \sqrt{R_{2K}^2 + X_{2K}^2} \Rightarrow X_{2K} = \sqrt{Z_{2K}^2 - R_{2K}^2}$$

Icke ideal transformator: Spänningsfall

Utspänningen från en transformator U_2 är lägre än den ideala utspänningen U_{20} och skillnaden kallas transformatorns spänningsfall.

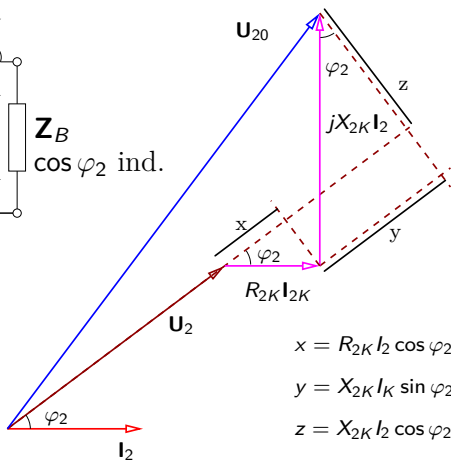
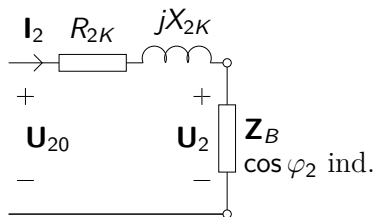


För en given induktiv last \mathbf{Z}_B med $\cos \varphi_2$ så kan vi skriva

$$U_{20} = \sqrt{(U_2 + R_{2K} I_2 \cos \varphi_2 + X_{2K} I_2 \sin \varphi_2)^2 + (X_{2K} I_2 \cos \varphi_2 - R_{2K} I_2 \sin \varphi_2)^2}$$

eller förenklat $U_{20} \approx (U_2 + R_{2K} I_2 \cos \varphi_2 + X_{2K} I_2 \sin \varphi_2)$

Nicht idealer Transformator: Spannungsfall



$$x = R_{2K} I_2 \cos \varphi_2$$

$$y = X_{2K} I_2 \sin \varphi_2$$

$$z = X_{2K} I_2 \cos \varphi_2 - R_{2K} I_2 \sin \varphi_2$$

Spannungsfallsformeln

$$U_{20} \approx (U_2 + R_{2K} I_2 \cos \varphi_2 + X_{2K} I_2 \sin \varphi_2)$$

Belastningsgrad, förluster och verkningsgrad

- Märkeffekten för en transformator är alltid den **skenbara** effekten

$$S_M = U_{1M} \cdot I_{1M} = U_{2M} \cdot I_{2M}$$

Anledningen är att transformatorns lindningar tål en viss ström innan isoleringen smälter.

- En märkbelastad transformator **avger** märkeffekten i lasten på sekundärsidan med en viss effektfaktor $\cos \varphi_2$

$$P_{2M}(\varphi_2) = U_2 \cdot I_{2M} \cos \varphi_2$$

- Belastningsgraden x definieras som förhållandet mellan lastström och märkström eller avgiven effekt och märkeffekt enligt

$$x = \frac{I_2}{I_{2M}} = \frac{P_2}{P_{2M}}$$

Belastningsgrad, förluster och verkningsgrad

- Verkningsgraden beror på instoppad effekt och avgiven effekt enligt

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{F0} + P_{FB}}$$

- Tomgångsförlusterna P_{F0} är konstanta
- Belastningsförlusterna P_{FB} ökar med strömmen i kvadrat

$$P_{FB} = x^2 \cdot P_{FKM}$$

- Verkningsgraden blir då uttryckt i belastningsgrad

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{x \cdot P_{2M}}{x \cdot P_{2M} + P_{F0} + x^2 \cdot P_{FKM}}$$

Beräkningsexempel Enfastransformator

Enfastransformator

$$10k/230 \text{ V}$$

$$50 \text{ kVA}$$

$$R_1 = 19 \Omega$$

$$X_1 = 55 \Omega$$

$$R_2 = 1,5 \text{ m}\Omega$$

$$X_2 = 4,0 \text{ m}\Omega$$

Beräkna U_2 om transformatorn märkbelastas med $\cos \varphi = 0,8$ ind.

Beräkningsexempel Enfastransformator

Enfastransformator

$$\begin{array}{ll} 10\text{k}/230\text{ V} & 50\text{ kVA} \\ R_1 = 19\ \Omega & X_1 = 55\ \Omega \\ R_2 = 1,5\ \text{m}\Omega & X_2 = 4,0\ \text{m}\Omega \end{array}$$

Beräkna U_2 om transformatorn märkbelastas med $\cos \varphi = 0,8$ ind.

Lösning:

$$U_{20} \approx U_2 + R_{2K} \cdot I_2 \cos \varphi_2 + X_{2K} \cdot I_2 \sin \varphi_2 \quad (*)$$

$$U_{20} = U_{2M} = 230\text{ V}, \text{ om } U_1 = U_{1M} = 10\text{ kV}$$

$$\begin{aligned} S_M = U_{2M} \cdot I_{2M} &\implies 50 \cdot 10^3 = 230 \cdot I_{2M} \implies \\ &\implies I_{2M} = 217,4\text{ A}. \end{aligned}$$

$$\text{Märkbelastning} \implies I_2 = I_{2M} = 217,4\text{ A}$$

Beräkningsexempel Enfastransformator, forts.

Lösning, forts.:

$$R_{2K} = R_2 + \frac{R_1}{(U_{1M}/U_{2M})^2} =$$
$$= 0,0015 + \frac{19}{(10^4/230)^2} \approx 0,011551 \Omega$$

$$X_{2K} = X_2 + \frac{X_1}{(U_{1M}/U_{2M})^2} =$$
$$= 0,004 + \frac{55}{(10^4/230)^2} \approx 0,033095 \Omega$$

$$(*) \implies 230 \approx U_2 + 0,01155 \cdot 217,4 \cdot 0,8 + 0,033095 \cdot 217,4 \cdot 0,6$$
$$\implies U_2 \approx 230 - 2,0 - 4,3 = 223,67 \text{ V}$$

Om $U_{20} = \sqrt{(U_2 + R_{2K} I_2 \cos \varphi_2 + X_{2K} I_2 \sin \varphi_2)^2 + (X_{2K} I_2 \cos \varphi_2 - R_{2K} I_2 \sin \varphi_2)^2}$
används blir $U_2 = 223,63 \text{ V}$.