

TSFS04, Elektriska drivsystem, 6 hp

Föreläsning 2 - Trefassystem och transformatorn

Mattias Krysander

Institutionen för systemteknik
Linköpings universitet
`matkr@isy.liu.se`

2011-01-19

Dagens föreläsning

Använda kunskapen om magnetiska kretsar till att analysera transformatorer.

1. Repetition av växelströmslära
2. Trefassystem
3. Introduktion av transformatorn
4. Modellering av ideal transformator
5. Modellering av transformatorförluster
6. Förlusteffekter
7. Verkningsgrad

—— Repetition av växelströmslära ——

Effektivvärde

Effektivvärdet (kvadratiska medelvärdet, rms) av en periodisk signal $x(t)$ med periodtid T definieras som

$$X_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt}$$

För en sinusformad signal

$$x(t) = X_{\text{peak}} \sin(\omega t)$$

blir effektivvärdet:

$$X_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} X_{\text{peak}}^2 \sin^2(\omega t) d\omega t} = \sqrt{\frac{1}{2} X_{\text{peak}}^2} = \frac{X_{\text{peak}}}{\sqrt{2}}$$

Effektivvärdet anger storleken på en växel-spänning/ström om inte annat sägs.

Momentan effekt

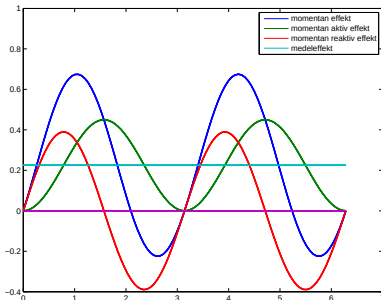
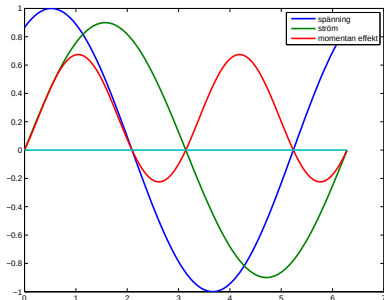
Betrakta

$$i(t) = \sqrt{2}I_{\text{rms}} \sin(\omega t)$$

$$v(t) = \sqrt{2}V_{\text{rms}} \sin(\omega t + \theta) = \sqrt{2}V_{\text{rms}}(\cos(\theta) \sin(\omega t) + \sin(\theta) \cos(\omega t))$$

Den momentana effekten är

$$\begin{aligned} p(t) &= v(t)i(t) = 2V_{\text{rms}}I_{\text{rms}}(\cos(\theta) \sin^2(\omega t) + \sin(\theta) \sin(\omega t) \cos(\omega t)) = \\ &= \underbrace{V_{\text{rms}}I_{\text{rms}} \cos(\theta)(1 - \cos(2\omega t))}_{\text{momentan aktiv effekt}} + \underbrace{V_{\text{rms}}I_{\text{rms}} \sin(\theta) \sin(2\omega t)}_{\text{momentan reaktiv effekt}} \end{aligned}$$



Växelströmseffekter

$$p(t) = \underbrace{V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos(\theta) (1 - \cos(2\omega t))}_{\text{momentan aktiv effekt}} + \underbrace{V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \sin(\theta) \sin(2\omega t)}_{\text{momentan reaktiv effekt}}$$

Medeleffekten kallas för **aktiva effekt** och är

$$P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos(\theta) \quad [\text{W}]$$

där $\cos(\theta)$ kallas för **effektfaktor**.

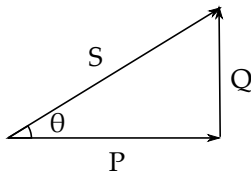
Amplituden av den momentana reaktiva effekten kallas för **reaktiv effekt** och är

$$Q = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \sin(\theta) \quad [\text{VA}]$$

Skenbar effekt definieras som

$$S = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \quad [\text{VA}]$$

och det gäller att $S^2 = P^2 + Q^2$.



—— Trefasssystem ——

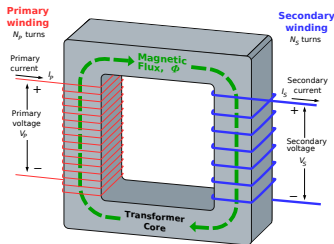
—— Introduktion av transformatorer ——

Exempel på transformatorers användningsområden

- ▶ Viktig AC-komponent, transformerar spänningen i kraftnät för att optimera generering, överföring, distribution.
 - ▶ högspänningsledningar: 400 kVA
 - ▶ regionnät: 20-130 kV
 - ▶ hushållsel: 400 V
- ▶ Lågspänningselektronik
- ▶ Bryta likström, men överföra växelström

Transformatorns uppbyggnad och konstruktion

Transformator med 2 lindningar på en magnetisk krets.



- ▶ magnetisk krets konstruerad för att minimera förlusterna
- laminerad kärna med goda magnetiska egenskaper och tätt packade lindningar
- ▶ primär , sekundärlindning, hög/lågspänningssidan, upp/nedsidan

Nedsänkt i transformatorolja, leder ut värme och elektriskt isolerande.

Modellering av transformatorn

Vi kommer bygga en modell av en transformator genom att

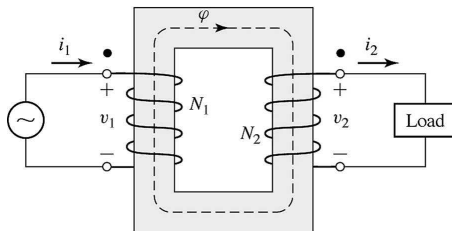
1. modellera en ideal förlustfri transformator
2. modellera förlusterna med kretselement kopplade till den ideala transformatorn

—— Modellering av ideal transformator ——

Ideal transformator - antaganden

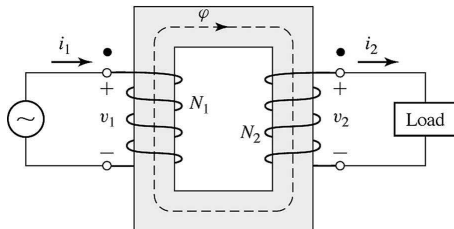
Antaganden

- ▶ inga järnförluster
- ▶ oändlig permeabilitet
- ▶ inga läckflöden
- ▶ lindningarna förlustfria (resistansfria).



Punkterna markerar terminaler av motsvarande polaritet, dvs matas lindningarna med ström in i punkterna samverkar de resulterande mmk:erna.

Ideal transformator



$$\frac{N_1}{N_2} = w$$

är omsättningstalet.

Spänningstransformering ges av induktionslagen:

$$v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt} \quad v_2 = e_2 = N_2 \frac{d\varphi}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Strömtransformering ges av magnetisk KVL:

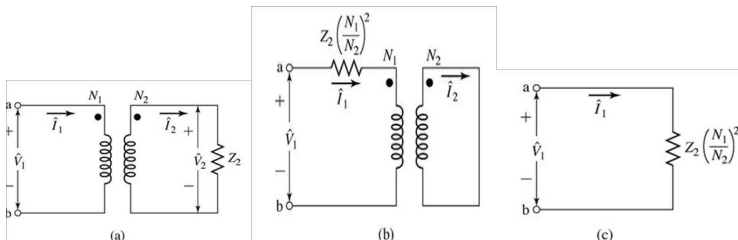
$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

Effektsamband:

$$p_1 = v_1 i_1 = v_2 i_2 = p_2$$

All energilagring förmåga har försumrats.

Impedanstransformering



Enligt tidigare:

$$\hat{V}_1 = \frac{N_1}{N_2} \hat{V}_2 \quad \hat{I}_1 = \frac{N_2}{N_1} \hat{I}_2 \quad \hat{V}_2 = \hat{I}_2 Z_2$$

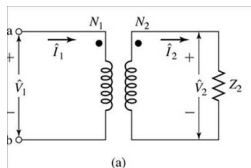
Inverkan av lasten på primärsidan:

$$Z'_2 = \frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \frac{\hat{V}_2}{\hat{I}_2} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_2$$

Detta innebär att kretsarna ovan är ekvivalenta sett från primärsidan.

Ideal transformator - exempel

Uppgift: Teckna $\hat{I}_1$ och $\hat{I}_2$ givet $\hat{V}_1$, $w = N_1/N_2$ och Z_2 .



Lösning: Beräkna ekvivalent impedans

$$Z'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_2 = w^2 Z_2$$

Strömmen $\hat{I}_1$ blir

$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{V}_1}{w^2 Z_2}$$

Överför strömmen till sekundärsidan:

$$\hat{I}_2 = \frac{N_1}{N_2} \hat{I}_1 = w \hat{I}_1 = \frac{\hat{V}_1}{w Z_2}$$

—— Modellering av transformatorförluster ——

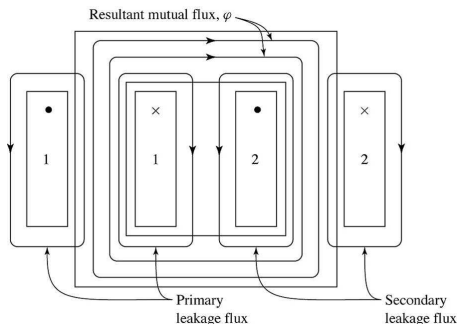
Typer av transformatorförluster

Nu ska vi till den ideala transformatorn lägga till följande förluster:

- ▶ resistiva förluster i spolarna
- ▶ järnförluster
- ▶ läckflöden

Resultatet kommer bli en modell med 8 parametrar som beskriver en transformator.

Läckflöden

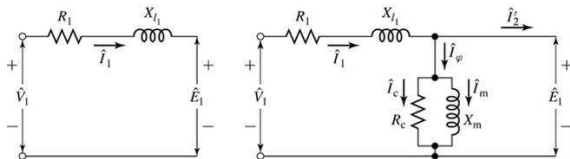


Flödena kan delas in i

- ▶ ömsesidigt flöde, huvudflöde
- ▶ läckflöden som bara genomlöper en av spolarna. Läckflöden går genom luft och kan därför modelleras som en induktans eller motsvarande reaktans:

$$X_{l_1} = 2\pi f L_{l_1}$$

Utvecklingen av en transformatormodell steg för steg



(a)

(b)

Primär/sekundärsidan:

$\hat{V}_i$ - spänning

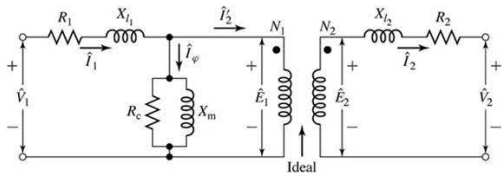
$\hat{I}_i$ - ström

N_i - varv

R_i - lindningsresistans

X_{li} - läckreaktans

$\hat{E}_i$ - inducerad spänning



(c)

Primärsidan:

$\hat{I}_\varphi$ - tomgångsström

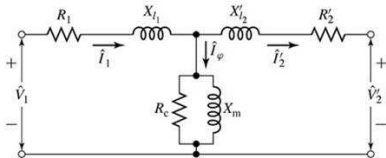
$\hat{I}_c$ - ström till järnförluster

R_c - magnetiseringsresistansen

$\hat{I}_m$ - magnetiserande ström

X_m - magnetiseringsreaktansen

$\hat{I}_2$ - ström som driver last.



(d)

I fig. (d) är alla storheter relaterade till primärsidan.

Modellerings exempel

Uppgift: En 50kVA 2400:240V 60Hz transformator har läckimpedans $0.72 + j0.92\Omega$ på högspänningssidan och $0.007 + j0.009\Omega$ på lågspänningssidan. Vid märkspänning och märkfrekvens, är impedansen i shuntgrenen $Z_\varphi = 6.32 + j43.7\Omega$ refererad till lågspänningssidan. Modellera transformatorn med ekvivalenta kretsar både refererade till hög- resp. låg-spänningssidan.

Modelleringsexempel

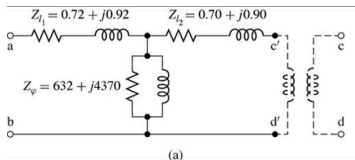
Lösning:

$$2400:240\text{V} \Rightarrow w = N_1/N_2 = 10.$$

$$\text{Använd } \frac{Z^H}{Z^L} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 = w^2.$$

hög

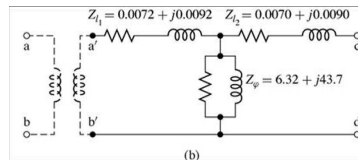
$$Z_{l_1}^H = 0.72 + j0.92\Omega$$



låg

$$Z_{l_2}^L = 0.007 + j0.009\Omega$$

$$Z_{\varphi}^L = 6.32 + j43.7\Omega$$



Generellt gäller att $Z_{l_1}^H \approx Z_{l_2}^H$ och $|Z_{l_1}^H| \ll |Z_{\varphi}^H|$. Detta utnyttjas vid approximationer.

Förlusteffekter

Förlusteffekter

Förlusteffekterna delas in i

- ▶ Resistiva förluster i lindningarna P_{winding}
- ▶ Järnförluster P_{core}

Nu skall vi se hur dessa förluster kan uppskattas via standardmässiga mätningar.

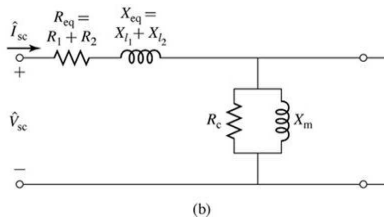
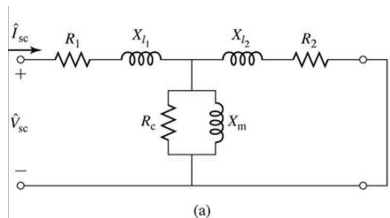
Kortslutningsprov

Märkström på primärsidan (ofta uppsidan), kortsluten sekundärsida.

Mätsignaler: kortslutningsspänning V_{sc} , ström I_{sc} , aktiv effekt P_{sc} i primärkretsen.

Belastningsförlusterna består mest av resistiva förluster i lindningar $P_{winding}$, dvs

$$P_{sc} \approx P_{winding} \approx R_{eq} I_{sc}^2$$



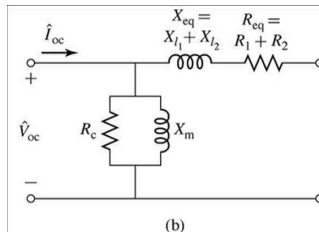
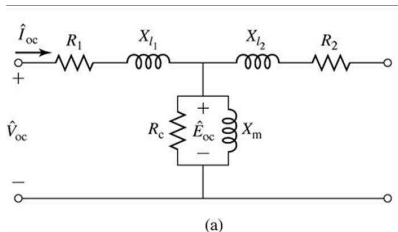
Tomgångsprov

Märkspänning på primärsidan (ofta nedsidan), öppen sekundärsida.

Mätsignaler: tomgångsspänning V_{oc} , ström I_{oc} , aktiv effekt P_{oc} i primärkretsen.

Tomgångsförlusterna består mest av järnförluster P_{core} , dvs

$$P_{oc} \approx P_{core} = \frac{V_{oc}^2}{R_c}$$



—— Verkningsgrad ——

Verkningsgrad

Verkningsgraden:

$$\eta = \frac{P_{\text{output}}}{P_{\text{input}}}$$

Verkningsgraden ökar i regel med storlek, från ca 50% i elektronik till 99% i MVA-krafttransformatorer.

Förlusterna kan delas upp i lindningsförluster P_{winding} och magnetiseringsförluster P_{core} enligt:

$$P_{\text{input}} = P_{\text{output}} + P_{\text{loss}}$$

$$P_{\text{loss}} = P_{\text{winding}} + P_{\text{core}}$$

där

$$P_{\text{winding}} = R_{\text{eq},H} I_H^2$$

$$P_{\text{core}} = \frac{V_H^2}{R_{C,H}}$$

Index H betyder att alla värdena är refererade till högspänningssidan.

Verkningsgradsbestämning

Givet: 50 kVA 2400:240V transformator med effektfaktor 0.8.

Prov 1: $P_{sc} = 617W$, $V_{sc}^H = 48V$, $I_{sc}^H = 20.8A$.

Prov 2: $P_{oc} = 186W$, $V_{oc}^L = 240V$, $I_{oc}^L = 5.41A$.

Uppgift: Beräkna verkningsgraden ν .

Lösning: Observera att prov 1 gjorts med märkströmen och prov 2 med märkspänningen.

$$\nu = \frac{P_{output}}{P_{input}} = \frac{P_{output}}{P_{output} + P_{loss}}$$

$$P_{output} = (VI)_H \cos \theta = 50 \cdot 0.8 = 40kW$$

$$P_{loss} = P_{winding} + P_{core} = P_{sc} + P_{oc} = 803W$$

Detta ger att

$$\nu = \frac{40}{40.803} = 98.0\%$$

Att ta med sig från föreläsningen

- ▶ Modellerat transformatorn som en ideal förlustfri transformator kopplade till impedanser som modellerar transformatorns förluster.
- ▶ Impedanserna modellerar läckflöde, resistiva förluster, magnetisering och järnförluster.
- ▶ Prover för att mäta förluster (och parameterisera modellerna).
- ▶ Prestanda i form av verkningsgrad.

Jämförelse mellan transformatorer och maskiner

Likheter

- ▶ Magnetiskt kopplade lindningar.
- ▶ Likartade förluster.
- ▶ Liknande prover för att bestämma maskinparametrar.

Skillnader

- ▶ Ömsesidiga flödet genom luftgap.
- ▶ Den mekaniska rörelsen leder till tidsvariationer i det ömsesidiga flödet som inducerade spänningar. Detta är grunden för elektromekanisk energiomvandling.