**Tentamen**

**TSFS06 Diagnos och övervakning**
**14 januari, 2008, kl. 14.00-18.00**

Tillåtna hjälpmedel: TeFyMa, Beta, Physics Handbook, Reglerteknik (Glad och Ljung), Formelsamling i statistik och signalteori och miniräknare.

Ansvarig lärare: Erik Frisk, tel 285714.

Betyg rapporteras in och anslås senast den 25:e januari

Visning av skrivningen sker kl. 17.00 den 28:e januari på Fordonssystem.

Totalt 40 poäng.
Preliminära betygsgränser:
Betyg 3: 18 poäng
Betyg 4: 25 poäng
Betyg 5: 30 poäng

**Uppgift 1.** Antag den linjära modellen

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -x + u + f_1 + f_4\\ y_1 &= \dot{x} + f_2\\ y_2 &= x + f_3\end{aligned}$$

där tillståndet $x$ är obekant, $f_i$ okända felsignaler, $u$ en känd styrsignal och $y_1$, $y_2$ två givarsignaler.

a) Definiera stark och svag detekterbarhet samt ange vilka fel som är starkt respektive svagt detekterbara i exemplet? (3 poäng)

b) Bestäm två konsistensrelationer, en baserad på statisk och en på temporal redundans. (2 poäng)

c) Använd de två konsistensrelationerna till att konstruera motsvarande residualgeneratorer. Residualgeneratorer med dynamik ska vara skrivna på tillståndsform och designvariabler ska vara valda så att tidskonstanten för ett stegsvar på ett fel har en tidskonstant på ca. 0.5 sekunder. (2 poäng)

d) Beräkna residualgeneratorernas interna form. Ange vilka fel som är starkt respektive svagt detekterbara i varje residualgenerator och sammanställ residualernas felkänslighet i en beslutsstruktur. Anta att brus och modellosäkerheter förekommer. (2 poäng)

**Uppgift 2.** Antag man konstruerat en residualgenerator med den interna formen

$$r_{\text{intern}} = f + v$$

där $f$ är felsignalen som vi vill detektera och $v$ är en normalfördelad stokastisk variabel med väntevärde 0 och standardavvikelse $\sigma$. Baserat på residualen definieras ett diagnostest som larmar då $|r| > J$ där $J > 0$ är en förbestämd tröskel.

a) Definiera och illustrera falsklarmsannolikhet och sannolikhet för missad detektion för ett fel med storlek $f = f_0 \neq 0$. Sannolikheterna kan illustreras i en figur som visar fördelningen för residualen och ett lämpligt tröskelvärde. Skissa figuren och markera sannolikheterna på lämpligt sätt. (2 poäng)

b) Låt $\phi(x)$ och $\Gamma(p)$ definieras av

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{s^2}{2}}\, ds, \quad \Gamma(z) = \Phi^{-1}(z)$$

För testet som definierats ovan, teckna med hjälp av $\phi(x)$ och $\Gamma(z)$ (3 poäng)

1. sannolikheten för falsklarm som funktion av tröskeln $J$
2. sannolikheten för missad detektion givet ett fel av storlek $f = f_0 \neq 0$ som en funktion av tröskeln $J$.
3. hur tröskeln $J$ beräknas givet en falsklarmssannolikhet $\alpha$.

c) Beskriv, med ord eller en figur, hur falsklarmsannolikheten och sannolikheten för missad detektion beror av valet av tröskeln $J$? (1 poäng)

d) Definiera styrkefunktionen, rita upp ett typiskt utseende och markera sannolikheterna för falsklarm samt missad detektion i figuren. (2 poäng)

**Uppgift 3.** Antag ett diagnossystem som består av fyra stycken residualer med felkänslighet enligt

| | $f_1$ | $f_2$ | $f_3$ | $f_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $r_1$ | X | X | X | |
| $r_2$ | X | X | | X |
| $r_3$ | X | | X | X |
| $r_4$ | | X | X | |

Förutsättningarna är att diagnossystemet bygger på en modell som har signifikanta modellfel och givarna är brusiga. Trösklarna $J_i$ för varje residual $r_i$ är satta så att

$$P(|r_i| > J_i|\text{felfritt system}) \leq 10^{-5}$$

a) Definiera begreppen konsistensbaserad diagnos och minimal diagnos. (2 poäng)

b) Antag att residual $r_2$ och $r_4$ reagerat och att multipelfel beaktas. Ange mängden av alla diagnoser och mängden av minimala diagnoser. (2 poäng)

c) Beräkna diagnossystemets detekterbarhet och enkelfelsisolerbarhet. Isolerbarheten kan representeras i en så kallad isolerbarhetsmatris

| | $f_1$ | $f_2$ | $f_3$ | $f_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $f_1$ | | | | |
| $f_2$ | | | | |
| $f_3$ | | | | |
| $f_4$ | | | | |

Om det är sant att ”mod $i$ är en diagnos implicerar att mod $j$ är en diagnos” markeras detta med en 1:a i position $(i, j)$ annars en 0:a. Till exempel, om det är så att om $f_1$ är en diagnos så är alltid $f_2$ en diagnos så är position $(1, 2)$ en 1:a i matrisen. Om ett fel går att unikt isolera så består motsvarande rad av en 1:a i kolonnen som motsvarar felet och 0:or i övrigt.

Teckna isolerbarhetsmatrisen för exemplet. (2 poäng)

d) Diagnossystemet ska kompletteras med en residual $r_5$ för att alla enkelfel ska kunna isoleras unikt. Ge ett nödvändigt villkor för residualens felkänslighet. Motivera. (2 poäng)

**Uppgift 4.** Antag ett instabilt system som beskrivs av ekvationerna

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= g_1(x_1, u + f_u) \\
\dot{x}_2 &= g_2(x_1, x_2) \\
y_1 &= x_1 + f_1 \\
y_2 &= h_2(x_2) + f_2
\end{aligned}$$

där $x_1$, $x_2$ är okända tillstånd samt $y_1$, $y_2$ och $u$ är kända mät respektive styrsignaler. Tre fel beaktas och är modellerade av signalerna $f_u$, $f_1$ och $f_2$ som är 0 i det felfria fallet. Konstruera via observatörsmetodik en minimal mängd residualgeneratorer som uppnår maximal isolerbarhetsprestanda. (5 poäng)

**Uppgift 5.** Antag vi har en modell enligt

$$y(t) = (1 + f)u(t) + v(t)$$

där $y(t)$ och $u(t)$ är kända observationer, $f$ modellerar ett fel och $v(t)$ är stokastiskt brus med täthetsfunktion $g(v)$. För felfritt fall så är $f = 0$ och vid fel så är $f = 0.1$.

a) Konstruera en detektor för felet baserat på likelihood-kvoten. Detektorn ska endast använda ett sampel av observationerna. (2 poäng)

b) Antag att inte bara ett sampel används i testet utan en batch med $N$ observationer, dvs. testet baseras på $\{y(t), u(t)\}$ för $t = 1, \ldots, N$. Antag vidare att $v(t)$ är en oberoende sekvens av stokastiska variabler och skriv ned en detektor. Det kan antas att aktuell mod är konstant för alla $N$ sampel i batchen. Vilken betydelse har oberoendeantagandet? (3 poäng)

c) I b-uppgiften antogs $f$ vara 0.1 vid fel men det är ofta orealistiskt att anta att man vet värdet på $f$ vid fel. Modifiera svaret på b-uppgiften med den nya förutsättningen att värdet på $f$ vid ett fel är okänt. (2 poäng)

**Uppgift 6.** Antag en linjär modell på formen

$$H(p)x + L(p)z + F_1(p)f_1 + F_2(p)f_2 = 0$$

där $x$ är de okända signalerna, $z$ de kända observationerna och $f_1$ och $f_2$ är två detekterbara fel.

Visa att om $f_1$ är isolerbar från $f_2$ så gäller även det omvända, att $f_2$ är isolerbar från $f_1$. (3 poäng)