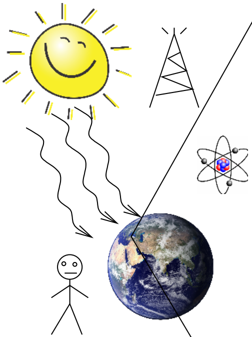
# Fö 4 - TSFS11 Energitekniska system
# Enfastransformatorn

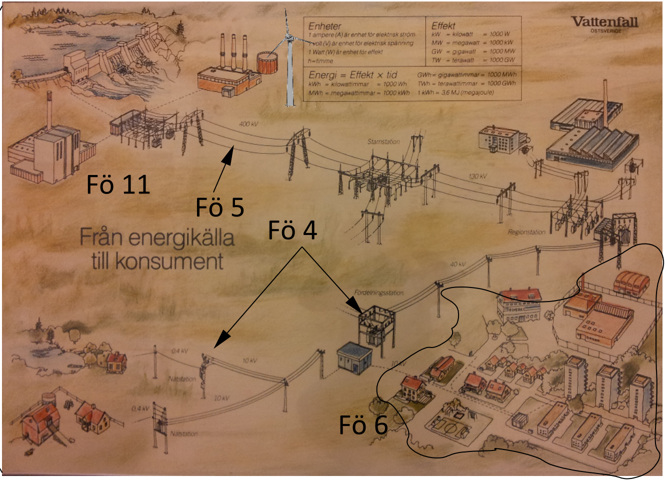
Christofer Sundström

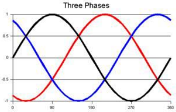
12 april 2021

# Kursöversikt

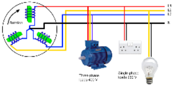


Fö 2



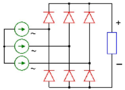




Fö 3



Fö 7,8,10

Fö 9



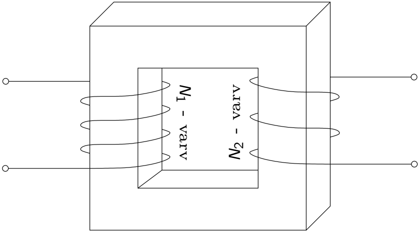
Fö 12

Fö 13

# Outline

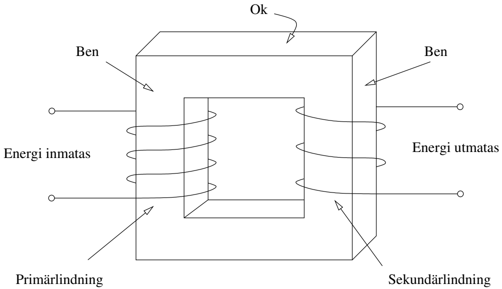
# Transformatorns grunder

- En elektromagnetisk maskin utan rörliga delar.
- Arbetar enligt induktionsprincipen
- Användbar **endast för växelström**
- Huvuduppgiften är att **omvandla** (transformera) **spänningen** för en växelström
- Kan även användas för att **isolera** elektriska kretsar från varandra.



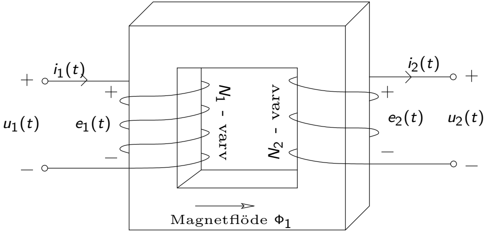
# Primär- och sekundärlindning

- Primärlindningen **tar emot** energi från källan
- Sekundärlindningen **avger** energi till förbrukaren
- Upplindning är lindningen med **högre** spänning
- Nedlindningen är lindningen med **lägre** spänning



# Transformatorns arbetssätt

1. Spänningen $\mathbf{u_1(t)}$ läggs på transformatorns primärsida
2. Det pulserande flödet som uppstår alstrar den inducerade emk'n $\mathbf{e_1(t)}$ och $\mathbf{e_2(t)}$. Riktningen på spänningarna är sådana att de försöker motverka strömförändringar.
3. Den inducerade spänningen $\mathbf{e_2(t)}$ driver en ström $\mathbf{i_2(t)}$
4. Förluster i transformatorn ger ett spänningsfall och utspänningen från transformatorn är $\mathbf{u_2(t)}$




Figur: Transformatorn och dess referensriktningar. En spänning $u_1(t)$ läggs på på primärsidan varpå en annan spännning $u_2(t)$ uppstår på sekundärsidan.

# Omsättning vid tomgång

Storleken av de inducerade spänningarna är

$$e_n(t) = N_n \frac{d\Phi(t)}{dt} \qquad \text{Uttryckt i magnetflöde}$$

$$e_n(t) = L_n \frac{di(t)}{dt} \qquad \text{Uttryckt i ström och induktans}$$

Utgående från ett givet magnetflödet $\Phi = \hat{\Phi}\sin(\omega t)$ får vi alltså emk'erna

$$e_1(t) = N_1 \frac{d\Phi(t)}{dt} = N_1 \frac{d}{dt}\hat{\Phi}\sin(\omega t) = \omega N_1 \hat{\Phi}\cos(\omega t)$$

$$e_2(t) = N_2 \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

Med komplex notation för spänningarna och flödet så fås

$$\mathbf{E}_1 = \omega N_1 \mathit{\Phi} \cdot j$$

$$\mathbf{E}_2 = \omega N_2 \mathit{\Phi} \cdot j$$

# Omsättning forts.

Spänningarna $E_1$ och $E_2$ hänger alltså ihop enligt

**Spänningslagen**

$$\frac{E_1}{N_1} = \frac{E_2}{N_2} \Rightarrow \Big/ \text{ ideal transformator} \Big/ \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \qquad (1)$$

För en **ideal** transformator så är dessutom instoppad effekt lika med uttagen effekt, dvs $\mathbf{S}_1 = \mathbf{S}_2$. Alltså gäller att

$$E_1 \cdot I_1 = E_2 \cdot I_2$$

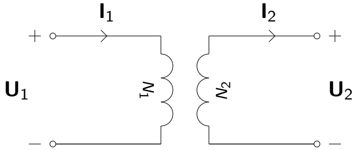
Vilket ger oss

**Strömlagen**

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} \qquad (2)$$

# Kretsschema för ideal transformator

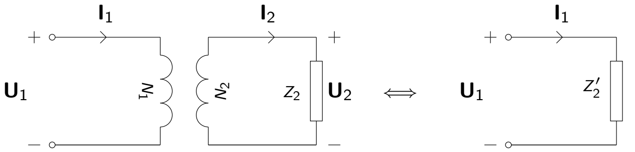
För en **ideal** transformator så är spänningarna $e_n(t) = u_n(t)$ lika. Symbolen för en ideal transformator brukar ritas enligt




Figur: Symbol och referensriktningar för en ideal transformator.

# Övertransformering av impendans

Alla laster på sekundärsidan av en ideal transformator kan övertransformeras till en ekvivalent last på primärsidan och vice versa.




$$(1)\cdot(2)^{-1}: \ \frac{U_1}{U_2}\cdot\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}\cdot\frac{N_1}{N_2} = /Z_2 = \frac{U_2}{I_2}, Z_2' = \frac{U_1}{I_1}/ \Rightarrow \frac{Z_2'}{Z_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

I fallet ovan blir $\mathbf{I}_1$ lika stor för ett visst $\mathbf{U}_1$ under förutsättning att

$$Z_2' = Z_2\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

# Icke ideal transformator: Förluster

I en verklig transformator så har vi förluster

- Magnetiseringsförluster, eller **Järnförluster**, dvs förluster som uppkommer p.g.a. ommagnetisering av järnet.
- Strömförluster, eller **Kopparförluster**, dvs $R \cdot I^2$ förluster i lindningarna.

Magnetflödet bestäms av spänningen så järnförluster är tomgångsförluster medan kopparförlusterna bestäms av strömmen och därmed belastningsgraden.

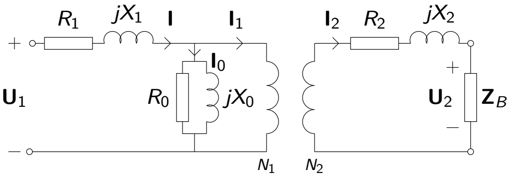
**Kopparförluster**

$$P_{Cu} = P_{FB} = \text{Belastningsförluster}$$

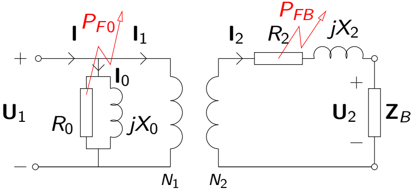
**Järnförluster**

$$P_{Fe} = P_{F0} = \text{Tomgångsförluster}$$

# Icke ideal transformator: Modell och Kretsschema



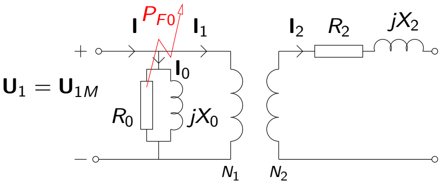

Figur: Modell av en icke ideal transformator som en ideal transformator med externa förluster. Tomgångsförlusterna uppstår i $R_0$ och belastningsförlusterna i $R_1$ resp. $R_2$.




Figur: Förenklad modell av en icke ideal transformator. Här har strömförlusterna från primärsidan övertransformerats till sekundärsidan. Felet hos modellen blir litet eftersom $I_0$ är litet i förhållande till $I_1$

**Tomgångsprov**

$P_{F0}$ kan mätas vid ett s.k. tomgångsprov. Detta görs genom att transformatorn drivs i tomgång vid märkspänning på primärsidan $U_1 = U_{1M}$ och den tillförda effekten $P_{F0}$ och tomgångsströmmen $I = I_0$ mäts.



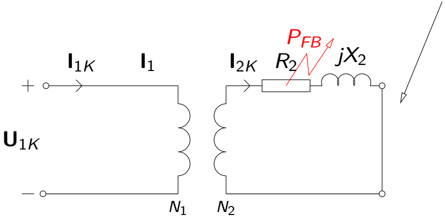

Tomgång $\Rightarrow \mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_2 = 0$

Vi har då att $P_{F0} = U_0 I_0 \cos(\varphi_0)$

**Kortslutningsprov**

$P_{FB}$ vid märkström, $P_{FBM}$, kan mätas vid ett s.k. kortslutnignsprov. Nedsidan kortsluts medan uppsidan matas med märkström $I_{1M}$. Spänningen $U_{1K}$ justeras alltså så att $I_{1K} = I_{1M}$. Försummas $P_{F0}$ så är kortslutnigsförlusterna samma som belastningsförlusterna vid märkström.

Nedsidan, t.ex. sekundärsidan, kortsluts



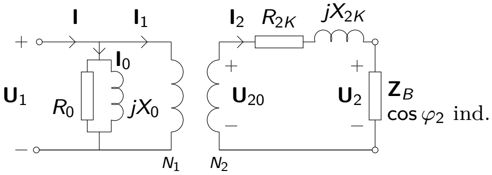

Kortslutning $\Rightarrow I_0 << I_{1K} \Rightarrow I_0$ försummas

Vi har då att $P_{FKM} = P_{FBM} = R_2 I_{2K}^2 = R_2 I_{2M}^2$

$$Z_{2K} = \frac{U_{2K}}{I_{2K}},\ Z_{2K} = \sqrt{R_{2K}^2 + X_{2K}^2} \Longrightarrow X_{2K} = \sqrt{Z_{2K}^2 - R_{2K}^2}$$

# Icke ideal transformator: Spänningsfall

Utspänningen från en transformator $U_2$ är lägre än den ideala utspännigen $U_{20}$ och skillnaden kallas transformatorns spänningsfall.

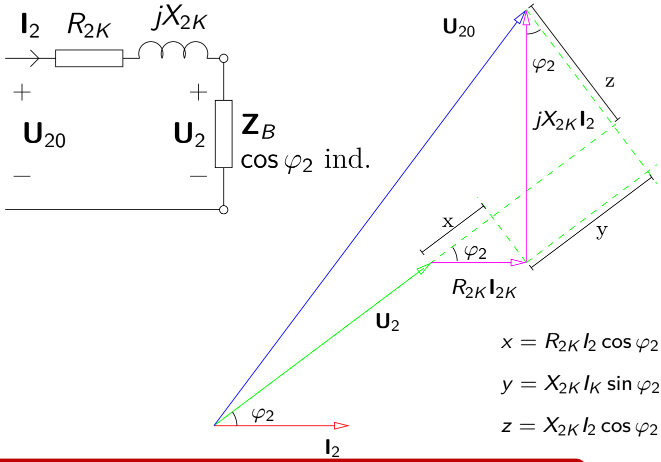



För en given induktiv last $\mathbf{Z}_B$ med $\cos\varphi_2$ så kan vi skriva

$$U_{20} = \sqrt{(U_2 + R_{2K} I_2 \cos\varphi_2 + X_{2K} I_2 \sin\varphi_2)^2 + (X_{2K} I_2 \cos\varphi_2 - R_{2K} I_2 \sin\varphi_2)^2}$$

eller förenklat $U_{20} \approx (U_2 + R_{2K} I_2 \cos\varphi_2 + X_{2K} I_2 \sin\varphi_2)$

# Icke ideal transformator: Spänningsfall




$$x = R_{2K} I_2 \cos\varphi_2$$

$$y = X_{2K} I_K \sin\varphi_2$$

$$z = X_{2K} I_2 \cos\varphi_2 - R_{2K} I_2 \sin\varphi_2$$

**Spänningsfallsformeln**

$$U_{20} \approx (U_2 + R_{2K} I_2 \cos\varphi_2 + X_{2K} I_2 \sin\varphi_2)$$

# Belastningsgrad, förluster och verkningsgrad

- Märkeffekten för en transformator är alltid den **skenbara** effekten

$$S_M = U_{1M} \cdot I_{1M} = U_{2M} \cdot I_{2M}$$

  Anledningen är att transformatorns lindningar tål en viss ström innan isoleringen smälter.

- En märkbelastad transformator **avger** märkeffekten i lasten på sekundärsidan med en viss effektfaktor $\cos\varphi_2$

$$P_{2M}(\varphi_2) = U_2 \cdot I_{2M} \cos\varphi_2$$

- Belastningsgraden $x$ definieras som förhållandet mellan lastström och märkström eller avgiven effekt och märkeffekt enligt

$$x = \frac{I_2}{I_{2M}} = \frac{P_2}{P_{2M}}$$

# Belastningsgrad, förluster och verkningsgrad

- Verkningsgraden beror på instoppad effekt och avgiven effekt enligt

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{F0} + P_{FB}}$$

- Tomgångsförlusterna $P_{F0}$ är konstanta (givet konstant spänning)
- Belastningsförlusterna $P_{FB}$ ökar med strömmen i kvadrat

$$P_{FB} = x^2 \cdot P_{FKM}$$

- Verkningsgraden blir då uttryckt i belastningsgrad

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{x \cdot P_{2M}}{x \cdot P_{2M} + P_{F0} + x^2 \cdot P_{FKM}}$$

# Beräkningsexempel Enfastransformator

Enfastransformator

$$\begin{array}{ll} 10k/230\ V & 50\ \text{kVA} \\ R_1 = 19\ \Omega & X_1 = 55\ \Omega \\ R_2 = 1,5\ \text{m}\Omega & X_2 = 4,0\ \text{m}\Omega \end{array}$$

Beräkna $U_2$ om transformatorn märkbelastas med $\cos\varphi = 0,8$ ind.

# Beräkningsexempel Enfastransformator

Enfastransformator

$$10k/230\ V \qquad 50\ \text{kVA}$$
$$R_1 = 19\ \Omega \qquad X_1 = 55\ \Omega$$
$$R_2 = 1,5\ \text{m}\Omega \qquad X_2 = 4,0\ \text{m}\Omega$$

Beräkna $U_2$ om transformatorn märkbelastas med $\cos\varphi = 0,8$ ind.

**Lösning:**

$$U_{20} \approx U_2 + R_{2K} \cdot I_2 \cos\varphi_2 + X_{2K} \cdot I_2 \sin\varphi_2 \qquad (*)$$

$$U_{20} = U_{2M} = 230\ \text{V, om}\ U_1 = U_{1M} = 10\ \text{kV}$$

$$S_M = U_{2M} \cdot I_{2M} \Longrightarrow 50 \cdot 10^3 = 230 \cdot I_{2M} \Longrightarrow$$
$$\Longrightarrow I_{2M} = 217,4\ \text{A}.$$

$$\text{Märkbelastning} \Longrightarrow I_2 = I_{2M} = 217,4\ \text{A}$$

# Beräkningsexempel Enfastransformator, forts.

**Lösning, forts.:**

$$R_{2K} = R_2 + \frac{R_1}{(U_{1M}/U_{2M})^2} =$$
$$= 0,0015 + \frac{19}{(10^4/230)^2} \approx 0,011551\ \Omega$$
$$X_{2K} = X_2 + \frac{X_1}{(U_{1M}/U_{2M})^2} =$$
$$= 0,004 + \frac{55}{(10^4/230)^2} \approx 0,033095\ \Omega$$

$$(*) \Longrightarrow 230 \approx U_2 + 0,+1155 \cdot 217,4 \cdot 0,8 + 0,033095 \cdot 217,4 \cdot 0,6$$
$$\Longrightarrow U_2 \approx 230 - 2,0 - 4,3 = 223,7\ \text{V}$$